

**Esercizio n°1 (punti 6)**

L'impianto rappresentato in figura è costituito da due pompe, aventi curva caratteristica sotto riportata, che, prelevando acqua rispettivamente dal serbatoio A posto alla quota di 16 m e dal serbatoio B posto alla quota di 9 m, alimentano il serbatoio C posto alla quota di 19 m.

Curva caratteristica delle due pompe:

$$H = \alpha - \beta \cdot Q^2 \quad \text{con } \alpha=35 \text{ m}, \beta=0.0015 \text{ m}/(\text{l/s})^2 \quad n=870 \text{ giri/min}$$

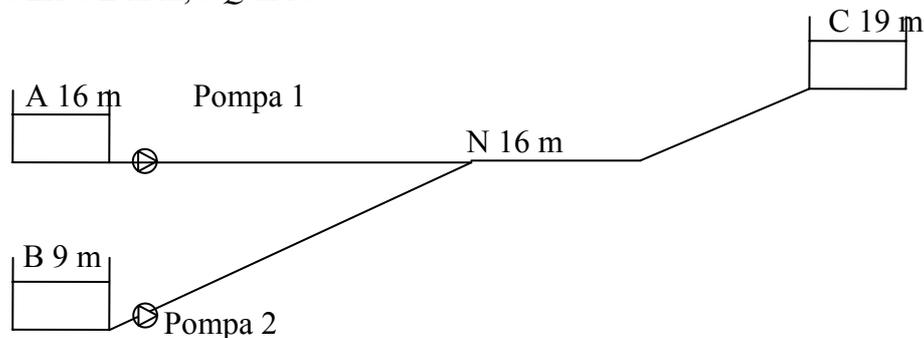
Rendimenti:

Q [l/s]	0	10	20	40	50	60	70	80	100
$\eta$		0.55	0.62	0.72	0.75	0.75	0.73	0.68	0.56

La condotta di mandata è unica nel tratto compreso tra il nodo N, posto alla quota di 16 m ed il serbatoio C. Tutti e tre i tratti, AN, BN e NC, sono lunghi 5000 m e le relative perdite di possono essere rappresentate dalla relazione:

$$\Delta H = \gamma \cdot L \cdot Q^2 \quad \text{con } \gamma=6 \cdot 10^{-7} \text{ (l/s)}^{-2}$$

essendo  $\Delta H$  e  $L$  in m, e  $Q$  in l/s.



Calcolare i consumi energetici giornalieri per sollevare al serbatoio C,  $V=4000 \text{ m}^3$  al giorno supponendo che la pompa 1 opero a 870 giri/min mentre la pompa 2 opera a 1170 giri/min.

**Esercizio n°2 (punti 5)**

I dati di altezza di pioggia (mm) massima annuale osservati ad una stazione pluviometrica per durate di 10, 15, 20, 30, 45 e 60 minuti sono riportati in Tabella 1:

Si valutino:

- i parametri della curva di possibilità climatica per un tempo di ritorno di 5 anni;
- l'intensità di pioggia di un evento di durata di 12 minuti con tempo di ritorno di 5 anni.

**Commentare i passaggi effettuati per ricavare i parametri  $\alpha$  ed  $n$  illustrandone il significato**

Formule:

Distribuzione di Gumbel

$$F_x(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\frac{(x-u)}{\alpha}\right]\right\}; \quad \sigma^2 = 1.645\alpha^2; \quad \mu = u + 0.5772\alpha;$$

Modello lineare

$$y = a + bx; \quad a = \bar{y} - b\bar{x}; \quad b = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n(\bar{x})^2};$$

(N.B. costruire la curva di possibilità climatica in modo da avere le altezze di pioggia in mm e le durate in ore)

Anno	Durate					
	10'	15'	20'	30'	45'	60'
1985	6.6	9.2		17.6		30.8
1986	36.2	38.8	42	45.2	59.4	79
1987	17.2	19.8	20	20.8	22.4	26.4
1988	18.2	20.8	23	23.2	27.4	33.2
1989	16.2	18.8	24.4	30	40.2	45
1990	27.2	29.8	35	40.2	40.8	44.6
1991	8	10.6	10.8	11.2	12.2	17.2
1992	10.4	19.6	23.6	27.6	30.4	34.2
1993	10.2	12.8	16	19.2	27.4	32.2
1994	25.8	28.4	28.6	28.8	32.6	38.8
1995	16	18.6		19.8		27.2
1996	6.2	8.8	10.9	13	16.8	26.2
1997	7.2	9.8	11.2	12.6	13.6	17.4
1998	16.2	18.8	23	27.2	29.6	34.7
1999	19	21.6				26.4
2000	12.6	15.2				43.8
2001	13.2	30.8		40.2	42.2	48.2

### Esercizio n°3 (punti 4)

Si dimensionino il volume del bacino di pescaggio di quattro pompe che sollevano le seguenti portate:

Q1=150 l/s;

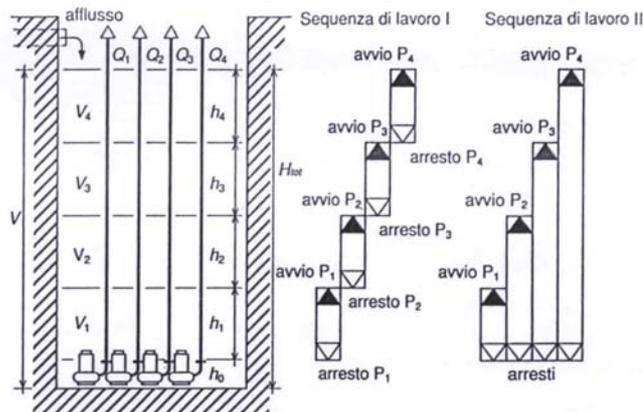
Q2=200 l/s;

Q3=200 l/s;

Q4=250 l/s;

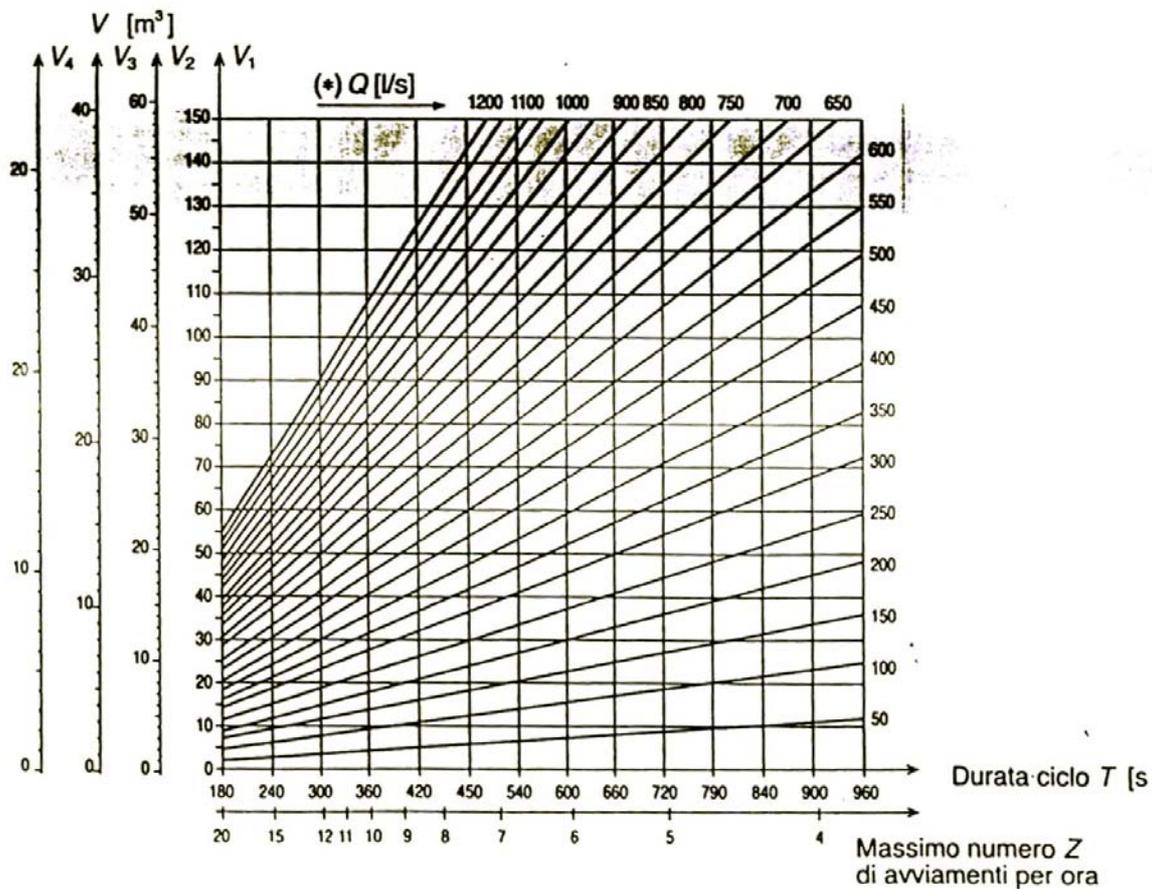
Si considerino le due sequenze riportate in figura e per ciascuna di esse se ne valuti il corrispondente volume.

Si fissi un solo tempo di ciclo per tutte e quattro le pompe e lo si giustifichi.



Per la sequenza I si dimostri inoltre l'equazione utilizzata per il calcolo del volume da attribuire a ciascuna pompa.

Per la sequenza II ci si avvalga del grafico sotto riportato.



### Domande (punti 3)

1. Fissate le ipotesi di calcolo di una turbomacchina, disegnare i triangoli di velocità all'ingresso e all'uscita di una pompa centrifuga e ricavare l'equazione di Eulero in condizioni di progetto.  
(N.B. descrivere i singoli passaggi).
2. Definizione di NPSH. Calcolare la posizione della pompa rispetto al serbatoio di alimentazione una volta noto l' $NPSH_R$ .
3. Metodo cinematico:  $Q = \varphi \cdot i \cdot A$ . Illustrare cosa rappresenta ciascuno dei termini dell'equazione. Perché si considera un evento di precipitazione di durata pari al tempo di corrivazione del bacino?
4. Illustrare in modo schematico il procedimento di calcolo relativo al dimensionamento con il metodo cinematico delle tubazioni costituenti un sistema fognario.
5. Illustrare i passi e le ipotesi per il corretto dimensionamento di una grondaia a sezione rettangolare.

## Esercizio 1

La curva caratteristica delle pompe P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub> con n pari a 870 giri/min è:

$$\text{Pompa 1: } H = \alpha - \beta \cdot Q^2 \quad (1) \quad \text{con } \alpha=40 \text{ m, } \beta=0.0015 \text{ m/(l/s)}^2$$

La curva caratteristica della pompa P<sub>2</sub> con n<sub>2</sub><sup>\*</sup> pari a 1170 giri/min si ottiene applicando il principio della similitudine fluidodinamica:

$$\begin{cases} \frac{H_2}{H_2^*} = \left(\frac{n_2}{n_2^*}\right)^2 \\ \frac{Q_2}{Q_2^*} = \frac{n_2}{n_2^*} \end{cases} \quad (2)$$

Sostituendo le relazioni (2) nell'equazione (1), e semplificando si ottiene l'equazione della curva caratteristica della pompa 2 a n<sub>2</sub><sup>\*</sup>:

$$H_2^* \left(\frac{n_2}{n_2^*}\right)^2 = \alpha_2 - \beta_2 Q_2^{*2} \cdot \left(\frac{n_2}{n_2^*}\right)^2 \rightarrow H_2^* = \alpha_2 \left(\frac{n_2^*}{n_2}\right)^2 - \beta_2 Q_2^{*2} \quad (3)$$

La curva del rendimento della pompa P<sub>2</sub> a 1170 giri/min si ottiene ricavando i valori della portata Q attraverso il principio di similitudine idrodinamica, secondo il quale:

$$\frac{Q_2}{Q_2^*} = \frac{n_2}{n_2^*} \Rightarrow Q_2 = \left(\frac{n_2}{n_2^*}\right) Q_2^*$$

Da cui si ottiene che:

Q [l/s]	0	13.4	26.9	53.8	67.2	80.7	94.1	107.6	134.5
η	-	0.55	0.62	0.72	0.75	0.75	0.73	0.68	0.56

**Tab. 1**

Le curve caratteristiche di ciascun tratto dell'impianto sono:

- Tratto AN:  $H = z_N - z_A + \gamma L_{AN} Q_{AN}^2 \quad (4)$

- Tratto BN:  $H = z_N - z_B + \gamma L_{BN} Q_{BN}^2 \quad (5)$

- Tratto NC:  $H = z_C - z_N + \gamma L_{CN} Q_{CN}^2 \quad (6)$

Nell'ipotesi di posizionare le pompe P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub> in corrispondenza del nodo N, si ha che l'equazione della curva caratteristica di ciascuna pompa assume la seguente forma:

$$P_1 \text{ in N: } H = \alpha_1 - \beta_1 Q^2 - (z_N - z_A + \gamma L_{AN} Q_{AN}^2) \quad (7)$$

$$P_2 \text{ in N: } H = \alpha_2 \left( \frac{n_2^*}{n_2} \right)^2 - \beta_2 Q^2 - (z_N - z_B + \gamma L_{BN} Q_{BN}^2) \quad (8)$$

In corrispondenza del tratto NC le pompe funzionano in parallelo, quindi a parità di prevalenza si avrà che la portata sollevata è data da:

$$Q = \sqrt{\frac{\alpha_1 - z_N + z_A - H}{\beta_1 + \gamma L_{AN}}} + \sqrt{\frac{\alpha_2 - z_N + z_B - H}{\beta_B + \gamma L_{BN}}} \quad (9)$$

Sostituendo ad H l'equazione (6), si ottiene che:

$$Q = \sqrt{\frac{\alpha_1 - z_N + z_A - (z_C - z_N + \gamma L_{CN} Q_{CN}^2)}{\beta_1 + \gamma L_{AN}}} + \sqrt{\frac{\alpha_2 \left( \frac{n_2^*}{n_2} \right)^2 - z_N + z_B - (z_C - z_N + \gamma L_{CN} Q_{CN}^2)}{\beta_B + \gamma L_{BN}}} \quad (10)$$

Si procede quindi con la risoluzione dell'equazione (10) rispetto al valore della Q, in quanto unica incognita:

$$Q - \sqrt{\frac{\alpha_1 - z_N + z_A - (z_C - z_N + \gamma L_{CN} Q_{CN}^2)}{\beta_1 + \gamma L_{AN}}} - \sqrt{\frac{\alpha_2 \left( \frac{n_2^*}{n_2} \right)^2 - z_N + z_B - (z_C - z_N + \gamma L_{CN} Q_{CN}^2)}{\beta_B + \gamma L_{BN}}} = 0 \quad (11)$$

Si ottiene che:

$$Q = 98.54 \text{ l/s}$$

Quindi il valore della prevalenza è pari a :

$$H = z_C - z_N + \gamma L_{CN} Q_{CN}^2 = 32.13 \text{ m}$$

La portata sollevata da ciascuna pompa è pari a:

$$\text{Pompa P}_1: \quad Q_1 = \sqrt{\frac{\alpha_1 - z_N + z_A - 32.13}{\beta_1 + \gamma L_{AN}}} = 25.25 \text{ l/s}$$

$$\text{Pompa P}_2: \quad Q_2 = \sqrt{\frac{\alpha_2 \left( \frac{n_2^*}{n_2} \right)^2 - z_N + z_B - 32.13}{\beta_B + \gamma L_{BN}}} = 73.29 \text{ l/s}$$

Le prevalenze effettive sollevate da ciascuna pompa sono quindi pari a:

$$\text{Pompa P}_1: \quad H = \alpha_1 - \beta_1 Q^2 = 34.04 \text{ m}$$

$$\text{Pompa P}_2: \quad H = \alpha_2 \left( \frac{n_2^*}{n_2} \right)^2 - \beta_2 Q^2 = 55.24 \text{ m}$$

Si determinano i rendimenti specifici per ciascuna pompa:

$$\text{Pompa } P_1: \begin{cases} Q_1 = 25.25 \text{ l/s} \\ \eta_1 = 0.65 \text{ (vedi Tab. testo)} \end{cases}$$

$$\text{Pompa } P_2: \begin{cases} Q_1 = 73.29 \text{ l/s} \\ \eta_1 = 0.75 \text{ (vedi Tab.1)} \end{cases}$$

Dato il volume medio giornaliero da sollevare al serbatoio C, si ricava il n° di ore di lavoro di ciascuna pompa:

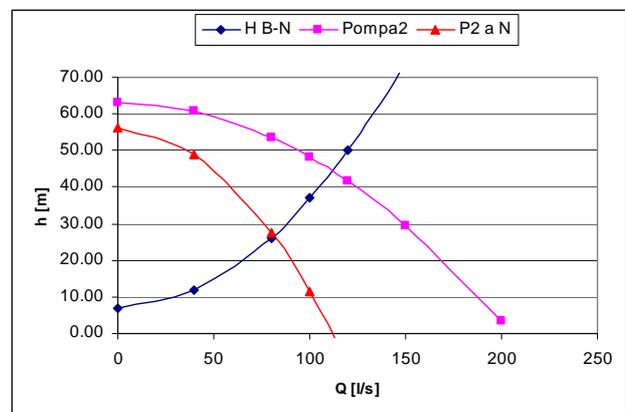
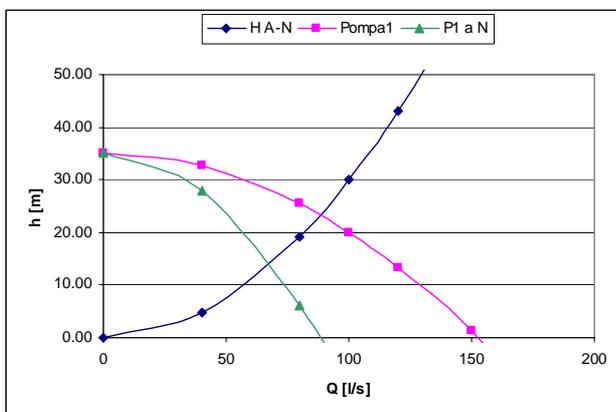
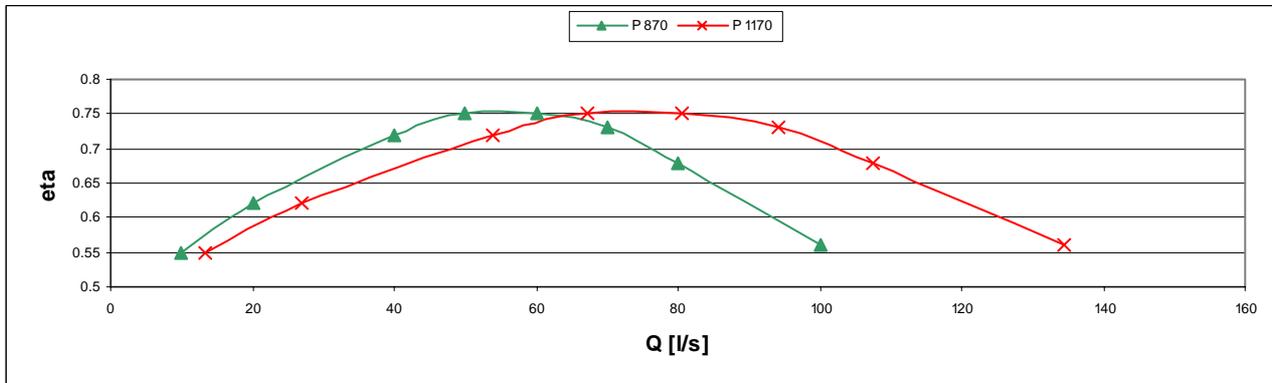
$$N_{ore} = \frac{V}{Q} = \frac{4000}{98.54 \cdot 3.6} = 11.3h$$

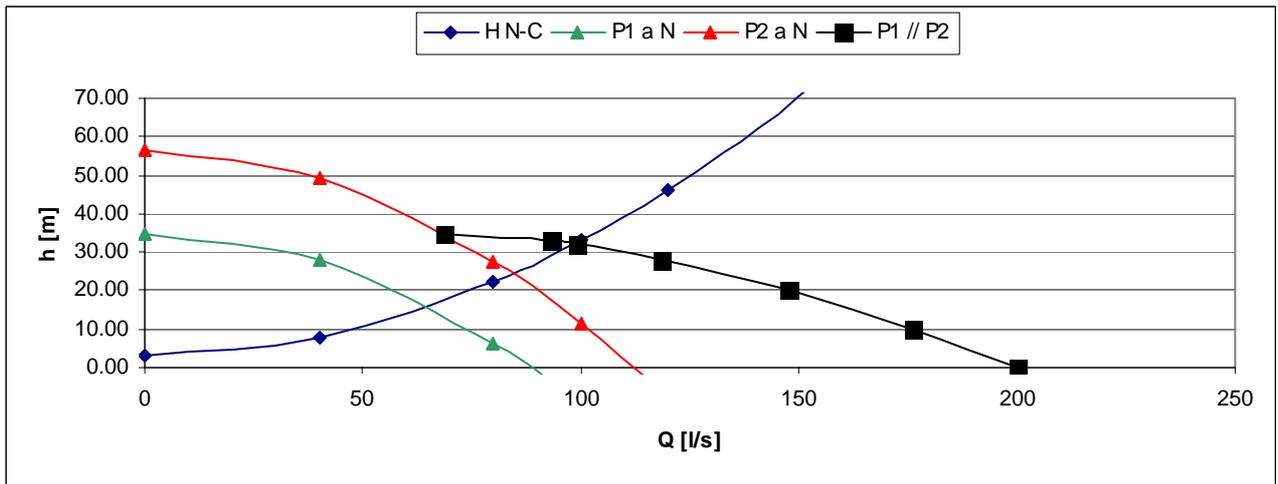
La potenza assorbita  $P_a$  da ciascuna pompa in un'ora è pari a:

$$P_a = \frac{\gamma \cdot Q \cdot H}{\eta} = \begin{cases} P_{a1} : 12.97 \text{ kW} \\ P_{a2} : 52.96 \text{ kW} \end{cases}$$

Il consumo energetico è pari a:

$$P_{a,die} = P_{a1} \cdot N_{ore} + P_{a2} \cdot N_{ore} = 743 \text{ kW / die}$$





**Esercizio n°2**

	<b>10</b>	<b>15</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>45</b>	<b>60</b>			
	6.6	9.2		17.6		30.8			
	36.2	38.8	42	45.2	59.4	79			
	17.2	19.8	20	20.8	22.4	26.4			
	18.2	20.8	23	23.2	27.4	33.2			
	16.2	18.8	24.4	30	40.2	45			
	27.2	29.8	35	40.2	40.8	44.6			
	8	10.6	10.8	11.2	12.2	17.2			
	10.4	19.6	23.6	27.6	30.4	34.2			
	10.2	12.8	16	19.2	27.4	32.2			
	25.8	28.4	28.6	28.8	32.6	38.8			
	16	18.6		19.8		27.2			
	6.2	8.8	10.9	13	16.8	26.2			
	7.2	9.8	11.2	12.6	13.6	17.4			
	16.2	18.8	23	27.2	29.6	34.7			
	19	21.6				26.4			
	12.6	15.2				43.8			
	13.2	30.8		40.2	42.2	48.2			
<b>Media</b>	<b>15.67</b>	<b>19.54</b>	<b>22.38</b>	<b>25.11</b>	<b>30.38</b>	<b>35.61</b>			
<b>var</b>	<b>65.83</b>	<b>71.92</b>	<b>93.32</b>	<b>110.39</b>	<b>172.53</b>	<b>208.14</b>			
u	12.02	15.72	18.03	20.38	24.47	29.11			
alfa	6.326	6.612	7.532	8.192	10.241	11.249			
T	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000			
h	21.508	25.642	29.325	32.666	39.835	45.985			
t	0.167	0.250	0.333	0.500	0.750	1.000			
logh	3.068	3.244	3.378	3.486	3.685	3.828	ymedio	3.448	xymedio
logt	-1.792	-1.386	-1.099	-0.693	-0.288	0.000	xmedio	-0.876	n
xiyi	-5.498	-4.497	-3.712	-2.417	-1.060	0.000	Sommaxiyi	-17.184	
xi2	3.210	1.922	1.207	0.480	0.083	0.000	Sommaxi2	6.902	
<b>B=n</b>		<b>0.412</b>							
<b>A</b>		3.810							
<b>a</b>		<b>45.138</b>							
hcalc	21.56	25.49	28.70	33.92	40.09	45.14			
<b>i12'</b>		<b>116.23</b>		<b>mm/h</b>					
<b>h12'</b>		<b>23.25</b>		<b>mm</b>					

### Esercizio n°3

#### Sequenza I

Il numero di attacchi all'ora è generalmente compreso fra 4 e 12, a cui corrispondono "tempi di ciclo"  $t_c$  compresi fra 15 (900 sec) e 5 minuti (300 sec).

Si assume pertanto un tempo di ciclo medio pari a:

$$t_c = 10 \text{ min} = 600 \text{ sec};$$

Il volume corrispondente a ciascuna pompa è dato dalla seguente relazione:

$$V_k = t_c \cdot \frac{Q_k}{4}$$

$$\begin{cases} Q_1 = 150 \text{ l s}^{-1} = 0.15 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \Rightarrow V_1 = 600 \cdot \frac{0.15}{4} = 22.5 \text{ m}^3 \\ Q_2 = 200 \text{ l s}^{-1} = 0.2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \Rightarrow V_2 = 30 \text{ m}^3 \\ Q_3 = 200 \text{ l s}^{-1} = 0.2 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \Rightarrow V_3 = 30 \text{ m}^3 \\ Q_4 = 250 \text{ l s}^{-1} = 0.25 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \Rightarrow V_4 = 37.5 \text{ m}^3 \end{cases}$$

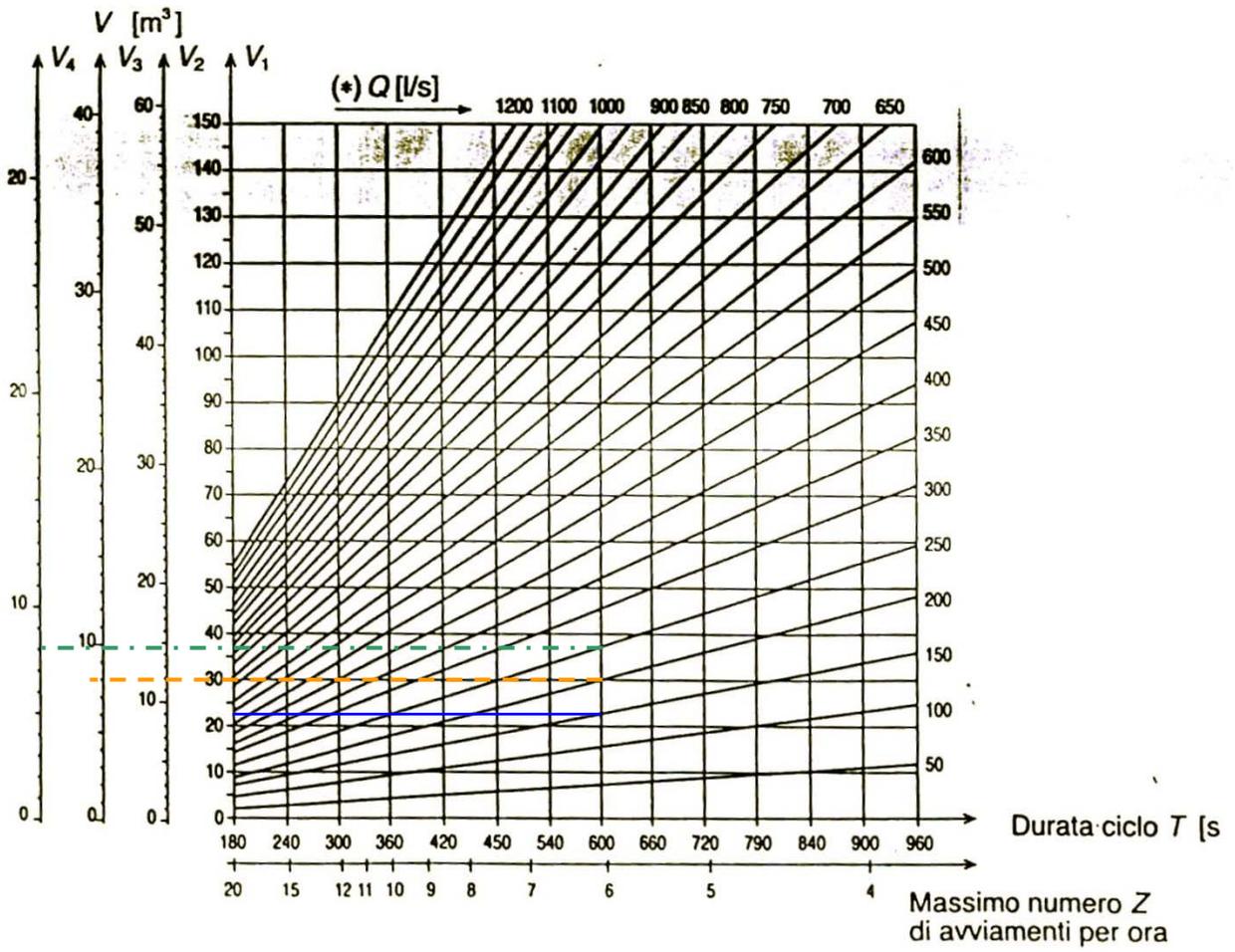
Il volume del bacino di pescaggio contenente le quattro pompe sarà quindi pari a:

$$V_{tot} = \sum_{k=1}^4 V_k + V_{ris} = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_{ris} = (120 + V_{ris}) \text{ m}^3$$

#### Sequenza II

Dal grafico, per un fissato  $t_c$  di 10 minuti e per i diversi valori di Q, si ottiene che il volume corrispondente a ciascuna pompa vale:

$$\begin{cases} V_1 = 22.5 \text{ m}^3 \\ V_2 = 12 \text{ m}^3 \\ V_3 = 8 \text{ m}^3 \\ V_4 = 8 \text{ m}^3 \end{cases} \Rightarrow V_{tot} = \sum_{k=1}^4 V_k + V_{ris} = (50.5 + V_{ris}) \text{ m}^3$$



Massimo numero  $Z$  di avviamenti per ora