

Esercizio n°1 (punti 5)

L'impianto di sollevamento rappresentato in figura è costituito dalle pompe $P1$ e $P2$, tra di loro in parallelo e in serie con la pompa $P3$. Le pompe hanno le seguenti curve caratteristiche:

$P1$ e $P2$: $H = \alpha_1 - \beta_1 \cdot Q^2$ con $\alpha_1=24$ m, $\beta_1=90$ m/(m³/s)² essendo H in m, e Q in m³/s.

Il rendimento e l'NPSH richiesti sono:

Q [m ³ /s]	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
η %	70	73	75	76	75	73	70	67
NPSH [m]	6.8	6.9	7.1	7.3	7.6	7.9	8.3	8.7

$P3$: $H = \alpha_2 - \beta_2 \cdot Q^2$ con $\alpha_2=15$ m, $\beta_2=40$ m/(m³/s)² essendo H in m, e Q in m³/s.

Il rendimento e l'NPSH richiesti sono:

Q [m ³ /s]	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
η %	64	68	73	76	78	75	69	63
NPSH [m]	8.5	8.7	8.9	9.1	9.5	9.9	10.5	11.1

Il serbatoio A, in pressione, è posizionato alla quota $Z_A=5$ m ed al suo interno vi è una pressione pari a 202.640 kPa. Il serbatoio B, a pelo libero, è posizionato alla quota $Z_B=25$ m

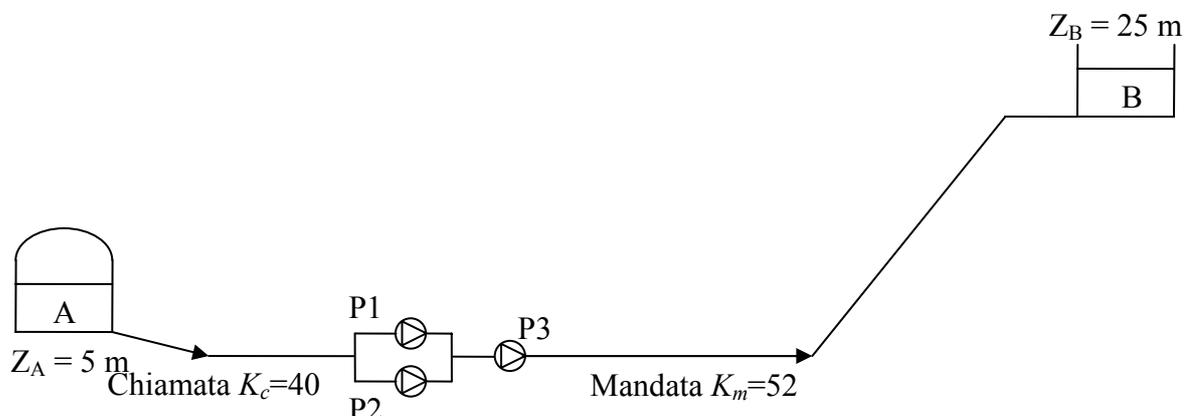
Le perdite di carico possano essere approssimate dalla relazione:

$$\Delta H = (K_c + K_m) \cdot Q^2$$

essendo ΔH in m, Q in m³/s, $K_c=40$ m/(m³/s)² il coefficiente delle perdite di carico nel tratto di chiamata e $K_m=52$ m/(m³/s)² il coefficiente delle perdite di carico nel tratto di mandata. Si considerino trascurabili le perdite di carico tra le pompe $P1$ e $P2$ e la pompa $P3$.

Calcolare il consumi energetico per sollevare 5000 m³ d'acqua al giorno dal serbatoio A, al serbatoio B (N.B. Ricavare analiticamente le portate sollevate dalle singole pompe e le corrispondenti prevalenze e disegnare le curve caratteristiche delle pompe e dei rendimenti evidenziando i punti di funzionamento)

Calcolare le quote massime a cui potrebbero essere posizionate le pompe evitando la cavitazione assumendo una pressione di vapore dell'acqua di 1.7 kPa e la pressione atmosferica 101.320 kPa.



Esercizio n°2 (punti 5)

Si considerino le seguenti pompe:

Pompa	D	n	Curva caratteristica $H = \alpha - \beta \cdot Q^2$	
	[mm]	[giri/s]	α [m]	β [m/(m ³ /s) ²]
1	450	15	20.0	60.0
2	450	18	22.1	50.2
3	550	18	43.0	26.9
4	450	15	22.8	42.2
5	550	15	29.9	26.9
6	500	18	27.3	32.9

Quali sono le condizioni affinché due pompe appartengano alla medesima famiglia?

Quali sono le proprietà dei coefficienti dimensionali Ψ e Φ di due pompe appartenenti alla medesima famiglia?

Appoggiandosi a quest'ultima considerazione, identificare quali pompe potrebbero appartenere alla medesima famiglia

Per ciascuna famiglia identificata, tracciare infine la curva caratteristica adimensionale $\Psi = f(\Phi)$.

Esercizio n°3 (punti 5)

Ad una stazione pluviometrica sono state registrate le seguenti altezze di pioggia massime annuali (mm) per le durate di 1, 3, 6, 12 e 24 ore:

Anno	Durate				
	1	3	6	12	24
1988	52	69.8	75	79.6	82.8
1989	28	30.2	36.4	37.4	50.2
1990	21.6	29	36.2	50.4	52.6
1991	20.6	26.4	36.6	38.6	53.8
1992	18	19.8	29.2	37.8	55.4
1993	34.4	38.2	41.4	44.8	48.6
1994	22.4	25.6	41.2	42.4	42.4
1995	23	33	42.2	48.4	52
1996	18.8	34.5	46.4	60	81.5
1997	31.9	85	94	116.2	116.2
1998	26.4	46.8	73.8	77	77.6
1999	42.8	71.4	75.6	76.4	87
2000	28.8	36.8	39	39.2	39.2
2001	31	36	38	38	49
2002	25	41.6	47.6	48.8	48.8
2003	12.6	22	30	40.8	54.8
2004	17.2	19.2	28	45	70
2005	32.5	38.4	44.5	59.8	87.5
2006	33	48	70	78	96.6
2007	37.4	41	62.4	74	97

Si valutino:

- a) i parametri della curva di possibilità climatica per un tempo di ritorno di 5 anni;
- b) l'intensità (mm/h) di una precipitazione di durata 4 ore e 30 minuti con tempo di ritorno di 5 anni.

Spiegare la procedura e commentare i passaggi effettuati per ricavare i parametri a ed n illustrandone il significato

Formule:

Distribuzione di Gumbel

$$F_x(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\frac{(x-u)}{\alpha}\right]\right\}; \quad \sigma^2 = 1.645\alpha^2; \quad \mu = u + 0.5772\alpha;$$

Modello lineare

$$y = a + bx; \quad a = \bar{y} - b\bar{x}; \quad b = \frac{\sum x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum x_i^2 - n(\bar{x})^2};$$

Domande (punti 3 ciascuna)

1. Le curve caratteristiche delle pompe: illustrare perché il legame h_u-Q presenta generalmente un andamento parabolico con concavità rivolta verso il basso.
2. Spiegare perché le palettature delle pompe assiali hanno tipicamente un andamento svirgolato, ovvero l'inclinazione della pala varia al variare della distanza dal mozzo.
3. Illustrare il procedimento per il dimensionamento della lunghezza di un raccordo di un pluviale con una grondaia.
4. Definire il concetto di tempo di corrivazione. Mostrare qual'è la durata di precipitazione critica nell'ipotesi di area contribuyente lineare.
5. Metodo cinematico: $Q = \varphi \cdot i \cdot A$. Illustrare cosa rappresenta e come si stima ciascuno dei termini dell'equazione. Nel caso di una fognatura bianca, ovvero se Q rappresenta la portata massima, in che rapporto deve stare Q con la portata a sezione piena del collettore e perché?

Esercizio n°1

Il serbatoio A è in pressione. Il carico assoluto, in metri di colonna d'acqua in corrispondenza del serbatoio A è:

$$H_A = 5 + \frac{202640}{9.81 \cdot 1000} = 25.66 \text{ m}$$

Il carico assoluto, in metri di colonna d'acqua in corrispondenza del serbatoio B è:

$$H_B = 25 + \frac{101320}{9.81 \cdot 1000} = 35.33 \text{ m}$$

Dal momento che le pompe P1 e P2 lavorano in parallelo e sono tra di loro uguali, la curva caratteristica delle due pompe in parallelo è:

$$Q = 2 \sqrt{\frac{\alpha_1 - H}{\beta_1}}$$

ovvero

$$H = \alpha_1 - \beta_1 \cdot \left(\frac{Q}{2}\right)^2$$

Mettendole quindi in serie con la pompa P3 si ha:

$$H = (\alpha_1 + \alpha_2) - \left(\frac{\beta_1}{4} + \beta_2\right) \cdot Q^2$$

Per determinare il punto di funzionamento, si pone a sistema tale equazione con l'equazione della curva dell'impianto, così definita:

$$H = H_g + k \cdot Q^2$$

dove:

$$H_g = H_B - H_A = (35.33 - 25.66) = 9.67 \text{ m};$$

$$k = k_{chiam} + k_{mand} = 92 \text{ s}^2 \text{ m}^{-5};$$

Il punto di funzionamento è quindi:

$$\begin{cases} Q = 0.436 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \\ H = 9.67 + 92 \cdot (0.436)^2 = 27.1 \text{ m} \end{cases}$$

In particolare, le pompe P1 e P2 operano a:

$$\begin{cases} Q_{1,2} = 0.218 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \\ H_{1,2} = 19.73 \text{ m} \\ \eta_{1,2} = 73\% \end{cases}$$

la pompa P3 opera a:

$$\begin{cases} Q_3 = 0.436 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \\ H_3 = 7.41 \text{ m} \\ \eta_3 = 77\% \end{cases}$$

Dato il volume medio giornaliero da sollevare dal serbatoio A al serbatoio B, si ricava il n° di ore di lavoro delle pompe:

$$N_{ore} = \frac{V}{Q} = \frac{5000}{0.436 \cdot 3600} = 3.2 \text{ h}$$

La potenza assorbita P_a dalle pompe è quindi:

$$Pa = 2 \frac{\gamma \cdot Q_{1,2} \cdot H_{1,2}}{\eta_{1,2}} + \frac{\gamma \cdot Q_3 \cdot H_3}{\eta_3} = 2 \frac{1000 \cdot 9.81 \cdot 0.218 \cdot 19.73}{0.73} + \frac{1000 \cdot 9.81 \cdot 0.436 \cdot 7.41}{0.77} = 157 \text{ kWh}$$

$$Pa^{die} = Pa \cdot N_{ore} = 499 \text{ kWh/die} \quad \text{potenza assorbita al giorno}$$

L'NPSH richiesto dalle pompe P1 e P2 quando sollevano $Q_{1,2}=0.218 \text{ m}^3/\text{s}$ è 6.9 m.

Le perdite di carico ya tra il serbatoio A e le pompe P1 e P2 sono pari a:

$$ya = k_c Q^2 = 7.59 \text{ m}$$

La pompa potrà quindi essere posizionata alla quota massima di

$$Z_1 = Z_A + \frac{P_{serb}}{\gamma} - \frac{P_{vap}}{\gamma} - ya - NPSH = 10.97 \text{ m}$$

L'NPSH richiesto dalla pompa P3 quando solleva $Q=0.436 \text{ m}^3/\text{s}$ è 9.14 m. (vedi Tabella testo)

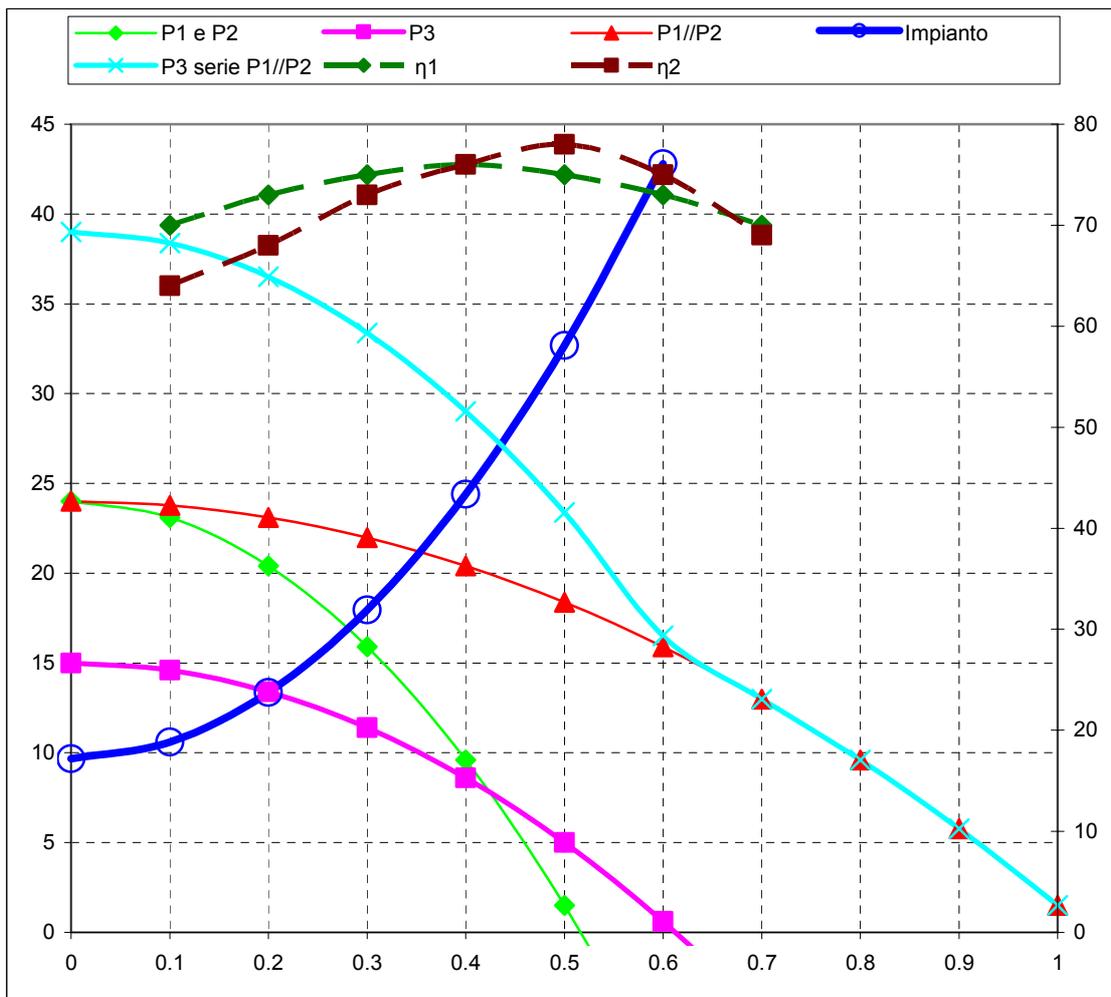
Le perdite di carico ya tra il serbatoio A e la pompa P3 sono pari a:

$$ya = k_c Q^2 = 7.59 \text{ m}$$

Le pompe P1 e P2 poste a monte della pompa P3 forniscono una prevalenza $H_{1,2}=19.73 \text{ m}$.

La pompa potrà quindi essere posizionata alla quota massima di

$$Z_1 = Z_A + \frac{P_{serb}}{\gamma} - \frac{P_{vap}}{\gamma} - ya + H_{1,2} - NPSH = 28.48 \text{ m}$$



Esercizio n°2

Se due pompe appartengono alla stessa famiglia quindi si può applicare il Principio di similitudine fluidodinamica:

$$\frac{Q_B}{Q_A} = \frac{n_B}{n_A} \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^3$$

da cui

$$Q_B = \frac{n_B}{n_A} \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^3 Q_A$$

e

$$\frac{H_B}{H_A} = \left(\frac{n_B}{n_A} \right)^2 \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^2$$

da cui

$$H_B = \left(\frac{n_B}{n_A} \right)^2 \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^2 H_A$$

Data la curva caratteristica di una pompa A:

$$H = \alpha_A - \beta_A Q^2$$

sostituendo si può quindi ricavare analiticamente la curva caratteristica della pompa appartenente alla stessa famiglia ma avente diametro D_B e operante al numero di giri n_B :

$$H = \alpha_A \left(\frac{n_B}{n_A} \right)^2 \left(\frac{D_B}{D_A} \right)^2 - \beta_A \left(\frac{D_A}{D_B} \right)^4 Q^2$$

Considero la pompa P2

Date le caratteristiche della pompa P1 ricavo i coefficienti della curva caratteristica della pompa appartenente alla medesima famiglia ma avente diametro D_2 e operante al numero di giri n_2

$$\alpha_1 \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^2 \left(\frac{D_2}{D_1} \right)^2 = 28.8$$

$$\beta_1 \left(\frac{D_1}{D_2} \right)^4 = 60$$

Confrontando i valori dei coefficienti ottenuti con quelli della pompa P2 si vede che sono diversi, per cui la pompa P2 non appartiene alla medesima famiglia della pompa P1.

Per semplicità indichiamo con A la famiglia della pompa P1 e con B quella della pompa P2.

Considero la pompa P3

Date le caratteristiche della pompa P1 ricavo i coefficienti della curva caratteristica della pompa appartenente alla medesima famiglia ma avente diametro D_3 e operante al numero di giri n_3

$$\alpha_1 \left(\frac{n_3}{n_1} \right)^2 \left(\frac{D_3}{D_1} \right)^2 = 43$$

$$\beta_1 \left(\frac{D_1}{D_3} \right)^4 = 26.9$$

Confrontando i valori dei coefficienti ottenuti con quelli della pompa $P3$ si vede che sono uguali, per cui la pompa $P3$ appartiene alla medesima famiglia della pompa $P1$.

Considero la pompa $P4$

La pompa $P4$ non può appartenere alla stessa famiglia della pompa $P1$ avendo gli stessi D e n ma diversa curva caratteristica.

Verifico se appartiene alla famiglia B della pompa $P2$. Date le caratteristiche della pompa $P2$ ricavo i coefficienti della curva caratteristica della pompa appartenente alla medesima famiglia ma avente diametro D_4 e operante al numero di giri n_4

$$\alpha_2 \left(\frac{n_4}{n_2} \right)^2 \left(\frac{D_4}{D_2} \right)^2 = 15.3$$

$$\beta_2 \left(\frac{D_2}{D_4} \right)^4 = 50.2$$

Confrontando i valori dei coefficienti ottenuti con quelli della pompa $P4$ si vede che sono diversi, per cui la pompa $P4$ non appartiene neanche alla medesima famiglia della pompa $P2$.

Per semplicità indichiamo con C la famiglia della pompa $P4$.

Considero la pompa $P5$

Date le caratteristiche della pompa $P1$ ricavo i coefficienti della curva caratteristica della pompa appartenente alla medesima famiglia ma avente diametro D_5 e operante al numero di giri n_5

$$\alpha_1 \left(\frac{n_5}{n_1} \right)^2 \left(\frac{D_5}{D_1} \right)^2 = 29.9$$

$$\beta_1 \left(\frac{D_1}{D_3} \right)^4 = 26.9$$

Confrontando i valori dei coefficienti ottenuti con quelli della pompa $P5$ si vede che sono uguali, per cui la pompa $P5$ appartiene alla medesima famiglia della pompa $P1$.

Considero la pompa $P6$

Date le caratteristiche della pompa $P1$ ricavo i coefficienti della curva caratteristica della pompa appartenente alla medesima famiglia ma avente diametro D_2 e operante al numero di giri n_2

$$\alpha_1 \left(\frac{n_6}{n_1} \right)^2 \left(\frac{D_6}{D_1} \right)^2 = 35.6$$

$$\beta_1 \left(\frac{D_1}{D_6} \right)^4 = 39.4$$

Confrontando i valori dei coefficienti ottenuti con quelli della pompa P6 si vede che sono diversi, per cui la pompa P6 non appartiene alla medesima famiglia della pompa P1.

Verifico se appartiene alla famiglia B della pompa P2. Date le caratteristiche della pompa P2 ricavo i coefficienti della curva caratteristica della pompa appartenente alla medesima famiglia ma avente diametro D6 e operante al numero di giri n6

$$\alpha_2 \left(\frac{n_6}{n_2} \right)^2 \left(\frac{D_6}{D_2} \right)^2 = 27.3$$

$$\beta_2 \left(\frac{D_2}{D_6} \right)^4 = 32.9$$

Confrontando i valori dei coefficienti ottenuti con quelli della pompa P6 si vede che sono uguali, per cui la pompa P6 appartiene alla medesima famiglia della pompa P2.

I valori dei coefficienti adimensionali Φ e Ψ si ottengono da:

$$\Phi = \frac{Q}{nD^3}$$

e

$$\Psi = \frac{gh}{n^2 D^2}$$

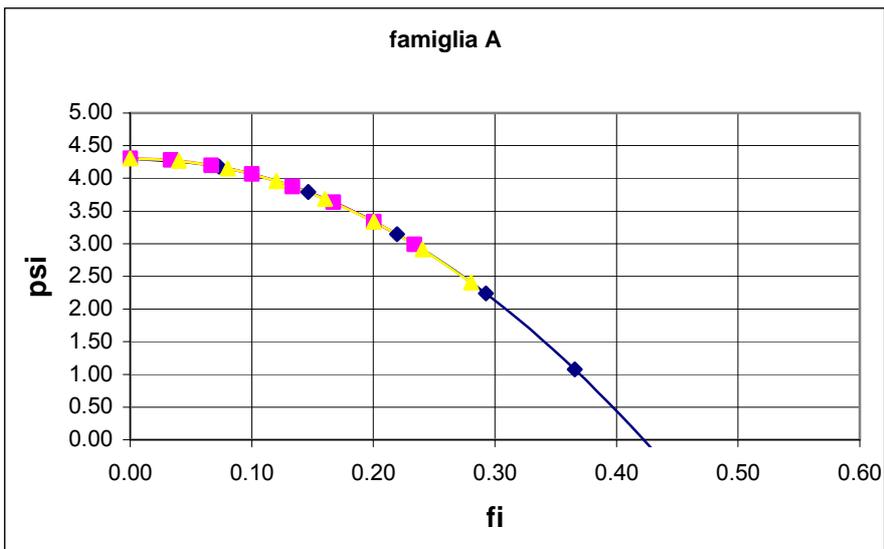
Nel seguito sono riportate per diversi valori di portate le prevalenze fornite dalla pompe ed i corrispondenti valori dei coefficienti adimensionali con i relativi grafici:

Q	H1	H2	H3	H4	H5	H6
0	20	22.1	43.0	22.8	29.9	27.3
0.1	19.4	21.598	42.8	22.4	29.6	27.0
0.2	17.6	20.092	41.9	21.1	28.8	26.0
0.3	14.6	17.582	40.6	19.0	27.5	24.3
0.4	10.4	14.068	38.7	16.0	25.6	22.0
0.5	5	9.55	36.3	12.3	23.2	19.0
0.6	-1.6	4.028	33.3	7.6	20.2	15.4
0.7	-9.4	-2.498	29.8	2.1	16.7	11.1

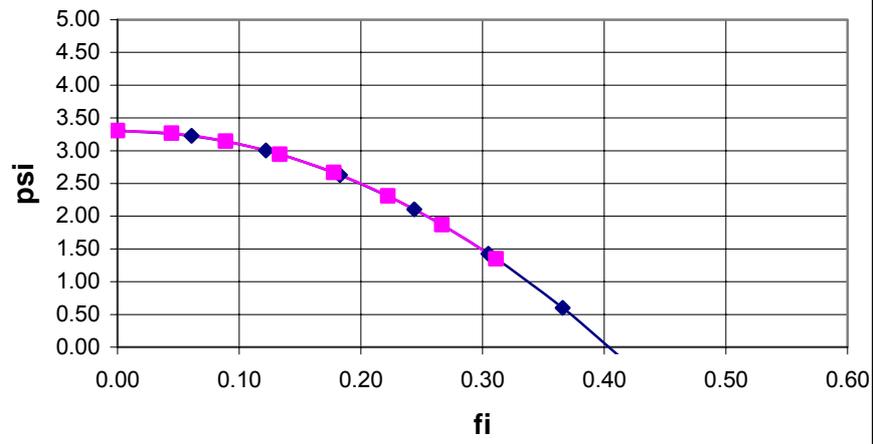
P1		P3		P5	
ΦA	ΨA	ΦA	ΨA	ΦA	ΨA
0.00	4.31	0.00	4.31	0.00	4.31
0.07	4.18	0.03	4.28	0.04	4.27
0.15	3.79	0.07	4.20	0.08	4.15
0.22	3.14	0.10	4.06	0.12	3.96
0.29	2.24	0.13	3.88	0.16	3.69
0.37	1.08	0.17	3.63	0.20	3.34
0.44	-0.34	0.20	3.34	0.24	2.91
0.51	-2.02	0.23	2.99	0.28	2.41

P2		P6	
Φ_B	Ψ_B	Φ_B	Ψ_B
0.00	3.30	0.00	3.30
0.06	3.23	0.04	3.26
0.12	3.00	0.09	3.14
0.18	2.63	0.13	2.95
0.24	2.10	0.18	2.67
0.30	1.43	0.22	2.31
0.37	0.60	0.27	1.87
0.43	-0.37	0.31	1.35

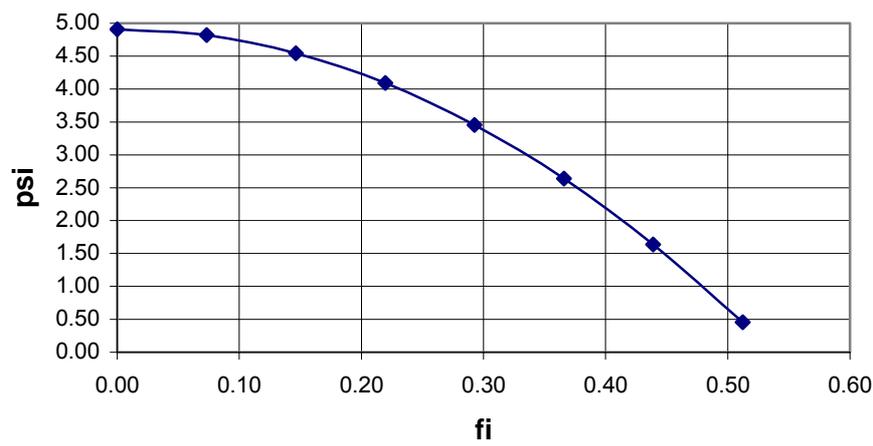
P4	
Φ_C	Ψ_C
0.00	4.91
0.07	4.82
0.15	4.55
0.22	4.09
0.29	3.46
0.37	2.64
0.44	1.64
0.51	0.46



famiglia B



famiglia C



Esercizio n°3

	1	3	6	12	24				
1988	52	69.8	75	79.6	82.8				
1989	28	30.2	36.4	37.4	50.2				
1990	21.6	29	36.2	50.4	52.6				
1991	20.6	26.4	36.6	38.6	53.8				
1992	18	19.8	29.2	37.8	55.4				
1993	34.4	38.2	41.4	44.8	48.6				
1994	22.4	25.6	41.2	42.4	42.4				
1995	23	33	42.2	48.4	52				
1996	18.8	34.5	46.4	60	81.5				
1997	31.9	85	94	116.2	116.2				
1998	26.4	46.8	73.8	77	77.6				
1999	42.8	71.4	75.6	76.4	87				
2000	28.8	36.8	39	39.2	39.2				
2001	31	36	38	38	49				
2002	25	41.6	47.6	48.8	48.8				
2003	12.6	22	30	40.8	54.8				
2004	17.2	19.2	28	45	70				
2005	32.5	38.4	44.5	59.8	87.5				
2006	33	48	70	78	96.6				
2007	37.4	41	62.4	74	97				
Media	27.87	39.64	49.38	56.63	67.15				
var	89.27	310.29	354.03	434.65	481.15				
u	23.62	31.71	40.91	47.25	57.28				
alfa	7.367	13.734	14.670	16.255	17.102				
T	5.000	5.000	5.000	5.000	5.000				
h	34.668	52.308	62.912	71.629	82.931				
t	1.000	3.000	6.000	12.000	24.000				
logh	3.546	3.957	4.142	4.272	4.418	ymedio	4.067	xymedio	6.957
logt	0.000	1.099	1.792	2.485	3.178	xmedio	1.711	n	5.000
xiyi	0.000	4.347	7.421	10.614	14.041	Sommaxiyi	36.423		
xi2	0.000	1.207	3.210	6.175	10.100	Sommaxi2	20.692		
B=n	0.270								
A	3.604								
a	36.76								
hcalc	36.76	49.47	59.67	71.96	86.79				
h 4h 30'		55.2016	mm						
i 4h 30'		12.267	mm/h						