

Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (6 CFU) / “CONTROLLI AUTOMATICI”

Prova scritta – 19 settembre 2018

COGNOME e NOME: _____

MATRICOLA: _____

ESERCIZIO 1.

Si consideri il sistema qui a fianco, costituito da tre serbatoi di liquido in cascata tra loro, al primo dei quali è applicato un flusso di liquido entrante manipolabile direttamente ed in ciascuno dei quali il flusso di liquido uscente è proporzionale al livello di liquido nel serbatoio stesso.

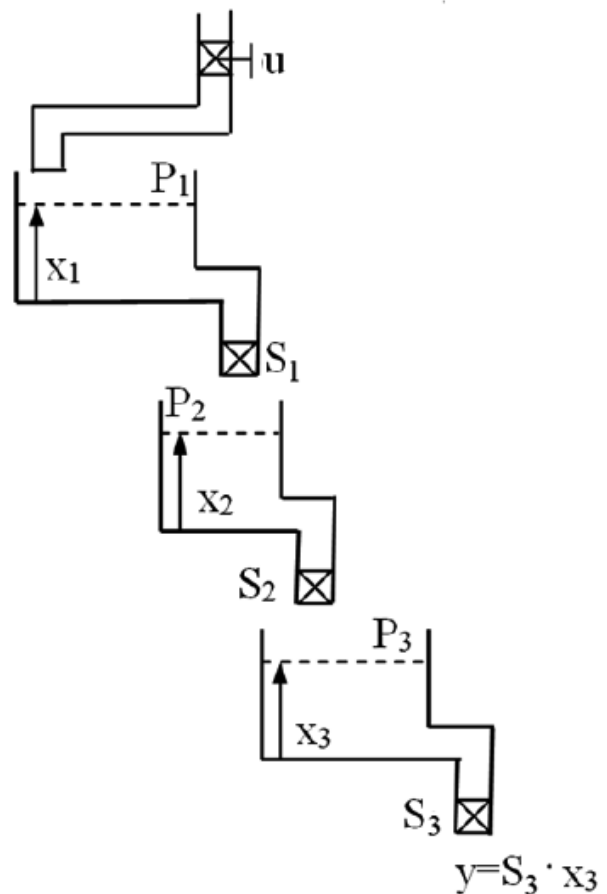
Il modello dinamico di tale sistema si ottiene effettuando il bilancio di massa per ogni serbatoio, considerando che la massa contenuta nel serbatoio è data dal livello del liquido moltiplicata per l'area della sezione orizzontale del serbatoio stesso e per la densità del fluido, mentre la variazione nel tempo di tale massa è data dalla differenza tra il flusso entrante e quello uscente. Indicando (per l'i-esimo serbatoio) il prodotto di queste ultime quantità con P_i , il livello del liquido con x_i ed coefficiente del flusso in uscita con S_i , le equazioni differenziali che descrivono il sistema, sono quindi le seguenti:

$$P_1 \dot{x}_1 = u - S_1 x_1$$

$$P_2 \dot{x}_2 = S_1 x_1 - S_2 x_2$$

$$P_3 \dot{x}_3 = S_2 x_2 - S_3 x_3$$

Si considerino le seguenti impostazioni dei parametri del modello:



$$P_1 = 1; \quad P_2 = 2; \quad P_3 = 1;$$

S_1 = ultima cifra (a destra) del proprio numero di matricola (se 0, sostituire con 1)

S_2 = penultima cifra (a destra) del numero di matricola (se 0, sostituire con 2);

S_3 = terzultima cifra (a destra) del numero di matricola (se 0, sostituire con 3);

Fissati i parametri in base al proprio numero di matricola, si determini il modello dinamico nello spazio degli stati, del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); \quad y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Considerando come variabili di stato e ingresso quelle con la notazione standard x_1, x_2, x_3 e u e come uscita $y = S_3 x_3$.

Si verifichi poi se il sistema sia o meno completamente controllabile, calcolando la matrice di raggiungibilità ed il relativo rango.

RISPOSTA:

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

$$P =$$

$$\text{rango}(P) =$$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente controllabile

ESERCIZIO 2.

Per il sistema con i valori numerici indicati nell'Esercizio 1, si progetti una retroazione stato-ingresso (i.e. $u = Hx + v$), in modo tale che:

- gli autovalori assegnabili del sistema chiuso in retroazione siano tutti reali e distinti;
- il più lento di tali autovalori abbia tempo di assestamento (al 5%) di 3 secondi e gli altri assegnabili abbiano valori assoluti progressivi di una unità (es. -1, -2, ecc.).

RISPOSTA:

$$H =$$

ESERCIZIO 3.

Dato il seguente sistema dinamico ed il corrispondente valore dello stato all'istante $t = 3$ secondi:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} x(t) \quad x(3) = \begin{bmatrix} 3e^{-4} \\ e^{-6} \end{bmatrix}$$

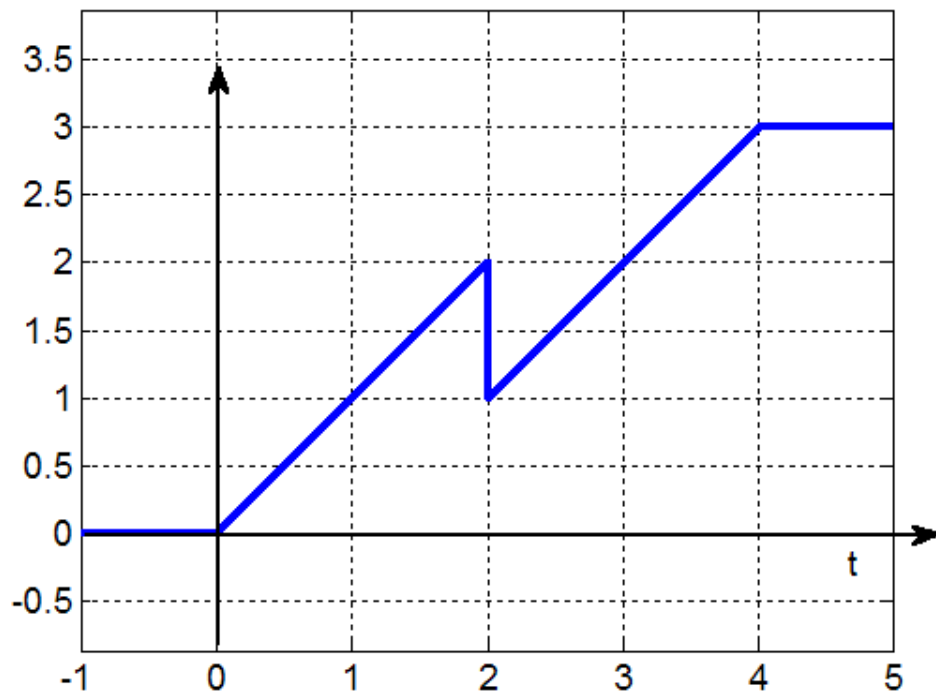
Si calcoli il valore dello stato $x(t)$ all'istante $t = 1$ secondo:

RISPOSTA:

$$x(t) =$$

ESERCIZIO 4.

Data la funzione $f(t)$ avente il seguente andamento nel tempo:



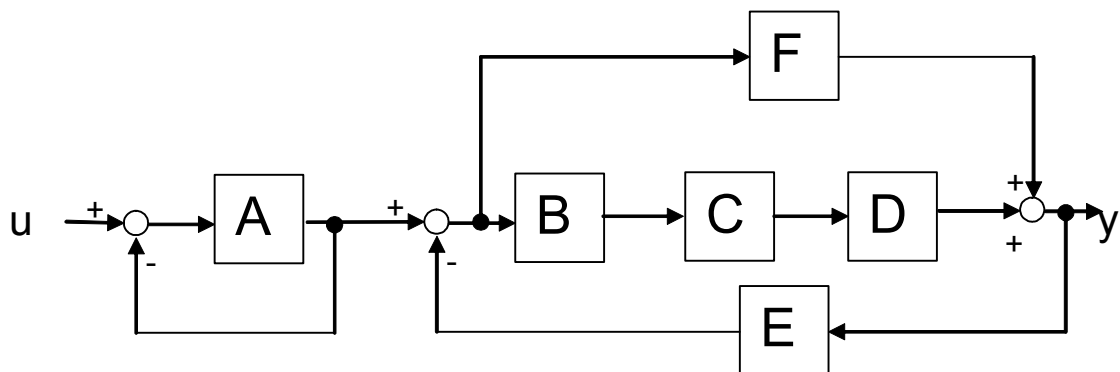
si calcoli la corrispondente funzione trasformata secondo Laplace.

RISPOSTA:

$$F(s) =$$

ESERCIZIO 5.

Si determini la funzione di trasferimento del seguente diagramma a blocchi:

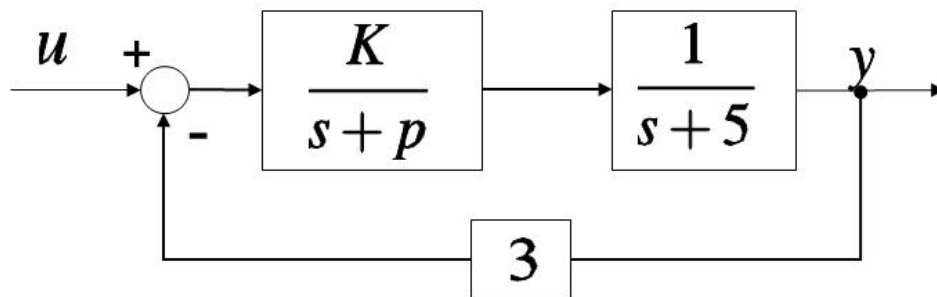


RISPOSTA:

$$Y / U =$$

ESERCIZIO 6.

Dato il seguente sistema in retroazione:



si calcolino i valori di K e p tali per cui il sistema ad anello chiuso risulti avere tempo di assestamento $T_a = 0,5$ secondi e coefficiente di smorzamento $\delta = 0,6$.

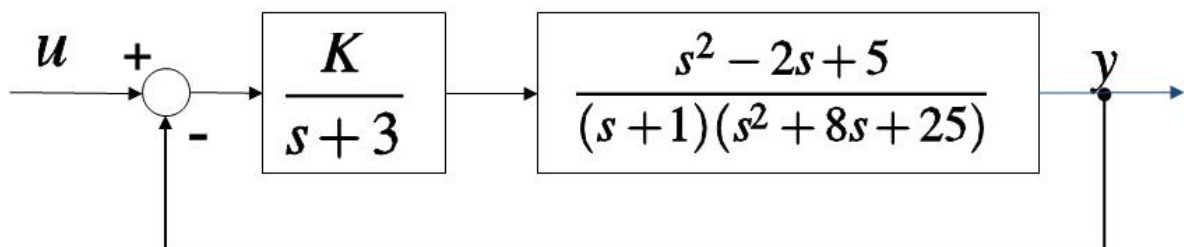
RISPOSTA:

$$K =$$

$$p =$$

ESERCIZIO 7.

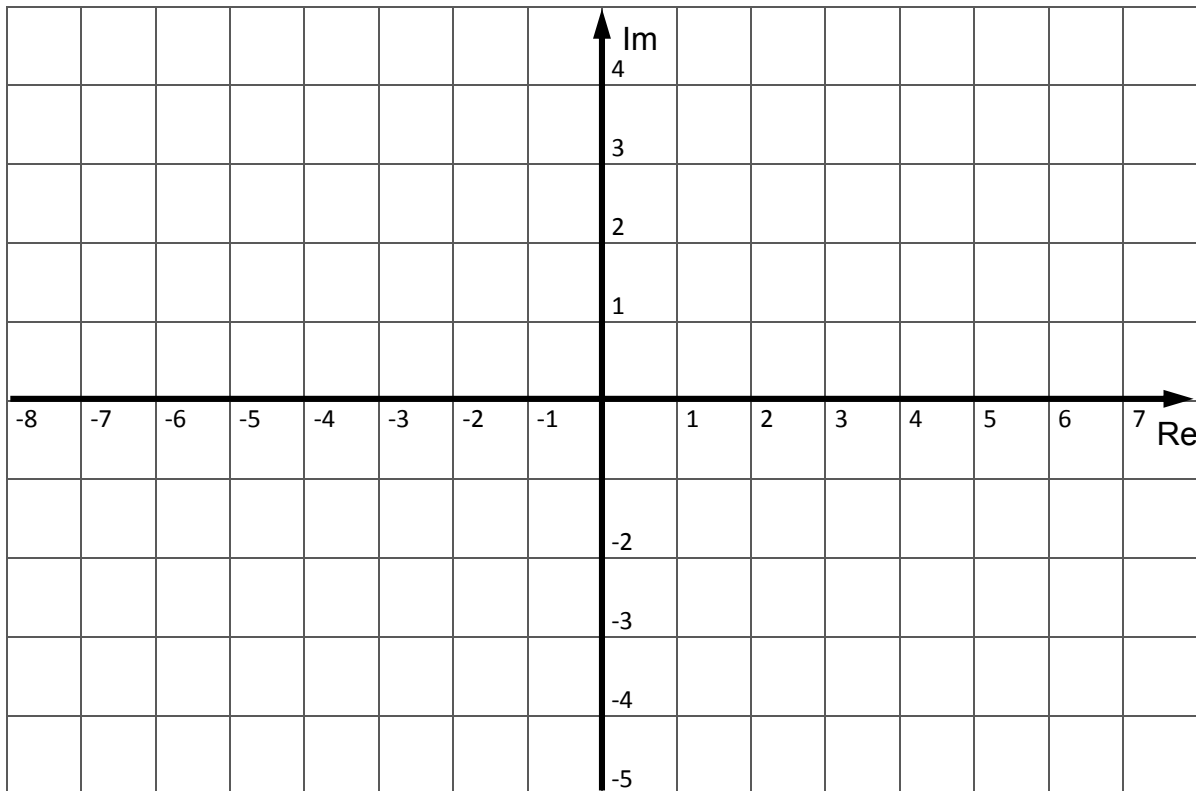
Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si disegni il corrispondente luogo delle radici valido per $K > 0$ (luogo diretto).

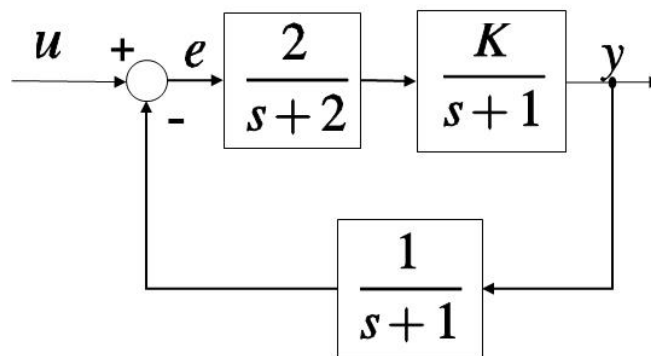
RISPOSTA:

Disegnare il diagramma possibilmente usando il riquadro della pagina successiva.



ESERCIZIO 8.

Dato il sistema descritto dallo schema a blocchi mostrato nel seguito:



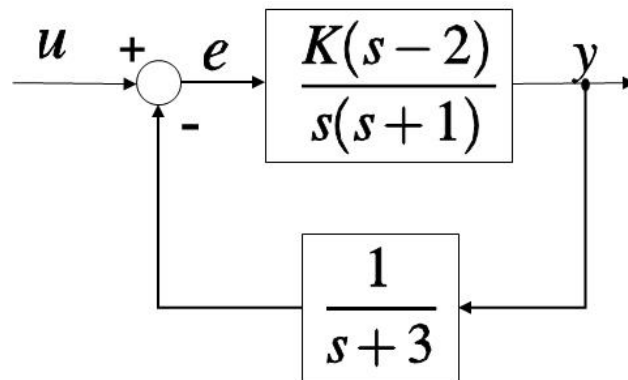
e considerando un ingresso a gradino unitario ($u(s) = 1/s$) i determini il valore di K tale per cui l'errore a regime risulti $e(\infty) = 0,2$.

RISPOSTA:

$$K =$$

ESERCIZIO 9.

Dato il seguente sistema in retroazione:



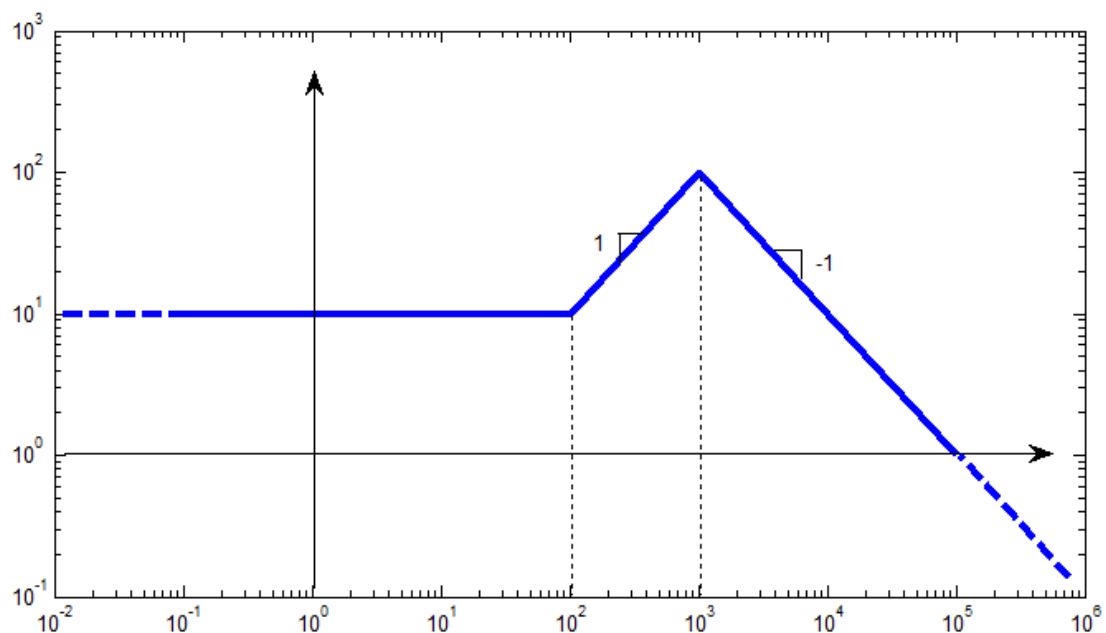
si determinino i valori di K tali per cui il sistema ad anello chiuso risulti essere ASINTOTICAMENTE STABILE.

RISPOSTA:

K

ESERCIZIO 10.

Si determini la funzione di trasferimento, supposta a fase minima, il cui diagramma di Bode delle ampiezze è descritto dalla seguente figura:



RISPOSTA:

$$G(s) =$$
