

Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (6 CFU) / “CONTROLLI AUTOMATICI”

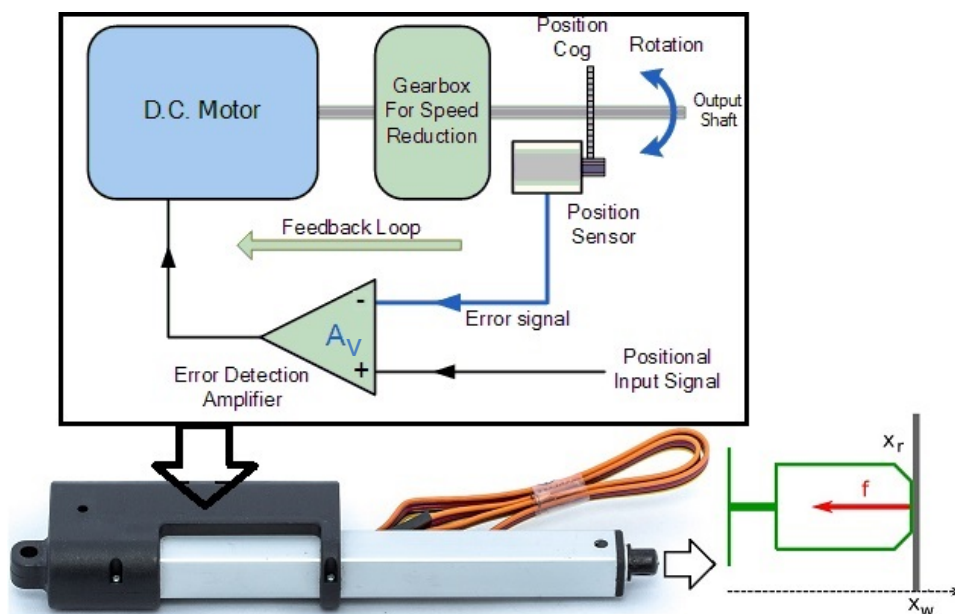
Prova scritta – 29 gennaio 2018

COGNOME e NOME: _____

MATRICOLA: _____

ESERCIZIO 1.

Si vuole realizzare un sistema robotico, costituito da un attuatore lineare che integra il circuito elettronico di regolazione della posizione, al fine di mantenere una forza di spinta desiderata nel punto di contatto tra il robot ed una superficie dell'ambiente, come mostrato nella figura seguente:



Il modello dinamico di tale sistema si ottiene unendo il modello del circuito elettrico (di tipo RL) di un motore a corrente continua (DC motor), la cui tensione è generata dall'amplificatore di controllo in modo proporzionale alla differenza tra la posizione misurata e la posizione desiderata (ingresso del sistema), con il bilancio delle forze agenti sullo stelo dell'attuatore. In particolare, si ipotizza che la posizione della superficie di contatto x_w **sia fissata in 0** e che la forza di contatto, misurabile, sia proporzionale alla differenza tra la posizione dello stelo x_r e x_w . Per semplicità, si considera anche che i parametri del motore includano già il rapporto di riduzione e di trasformazione del moto del motore DC da rotativo a lineare.

In tali condizioni, le equazioni che descrivono il modello dinamico del sistema sono le seguenti:

$$L_a \dot{I}_a + R_a I_a + k_m \dot{x}_r = A_v (x_i - x_r)$$

$$m \ddot{x}_r + b \dot{x}_r + f = k_m I_a$$

$$f = k_w (x_r - x_w) = k_w x_r$$

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le seguenti scelte per stato, ingresso e uscita:

$$x_1 = I_a; x_2 = x_r; x_3 = \dot{x}_r; u = x_i; y = f;$$

RISPOSTA:

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$R_a = 0,4; \quad L_a = 0,2; \quad k_m = 0,4; \quad A_v = 4;$$

$$m = 0,4; \quad b = 0,4; \quad k_w = 2;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno **completamente osservabile**, calcolando la matrice di **osservabilità** ed il relativo rango.

RISPOSTA:

$$Q^T =$$

$$\text{rango}(Q^T) =$$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente osservabile

ESERCIZIO 3.

Per il sistema con i valori numerici indicati nell'Esercizio 2, si progetti un osservatore in catena chiusa dello stato (osservatore identità), cioè del tipo:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(C\hat{x}(t) - y(t))$$

i cui autovalori assegnabili risultino tutti reali ed uguali tra loro (se quelli assegnabili sono più di uno), con tempo di assestamento (al 5%) pari a $T_a = 0,5$ secondi.

RISPOSTA:

$$K =$$

ESERCIZIO 4.

Per il sistema autonomo seguente, con corrispondente valore dello stato all'istante $t = 1$:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x(t) \quad x(1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si determini il valore dello stato iniziale (cioè all'istante $t = 0$).

RISPOSTA:

$$x(0) =$$

ESERCIZIO 5.

Per il sistema descritto dalla seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{5s+6}{s^2+5s+6}$$

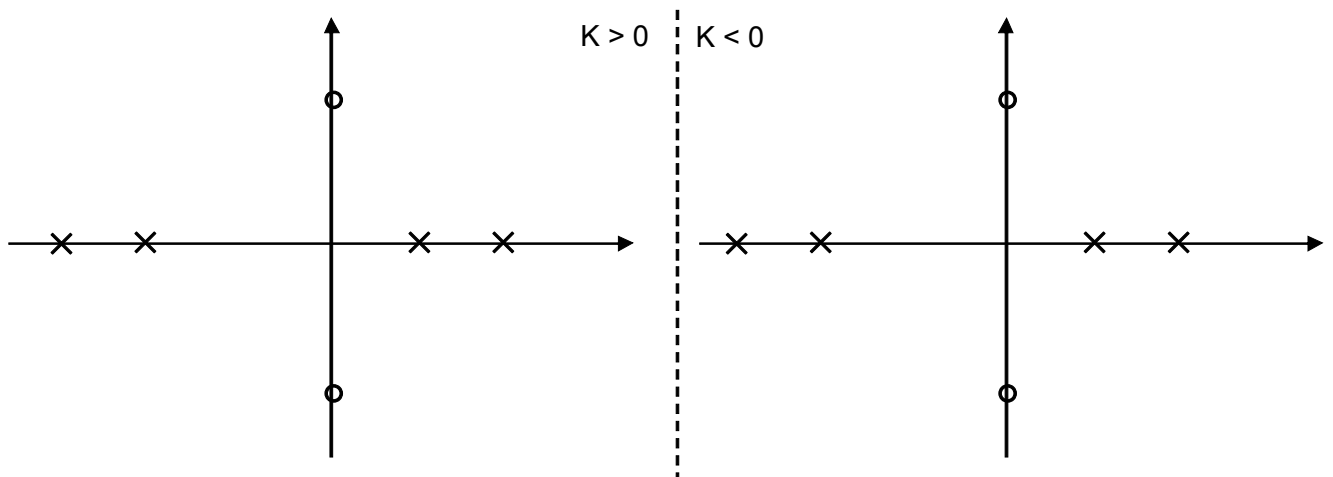
Si calcoli l'espressione in funzione del tempo dell'uscita, cioè $y(t)$, quando in ingresso è applicato un gradino di ampiezza unitaria (i.e. $U(s) = 1/s$):

RISPOSTA:

$$y(t) =$$

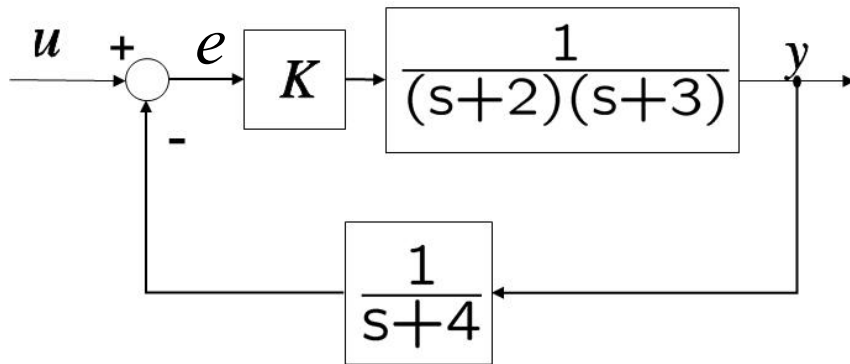
ESERCIZIO 6.

Si tracci l'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema con poli (x) e zeri (o) della funzione di trasferimento d'anello come indicato in figura:



ESERCIZIO 7.

Dato il sistema descritto dallo schema a blocchi mostrato nel seguito, si calcoli il valore di K tale per cui l'errore a regime ($e(t)$) in risposta ad un gradino di ampiezza unitaria ($U(s) = 1/s$) risulti essere pari a $e(\infty) = 0,1$.

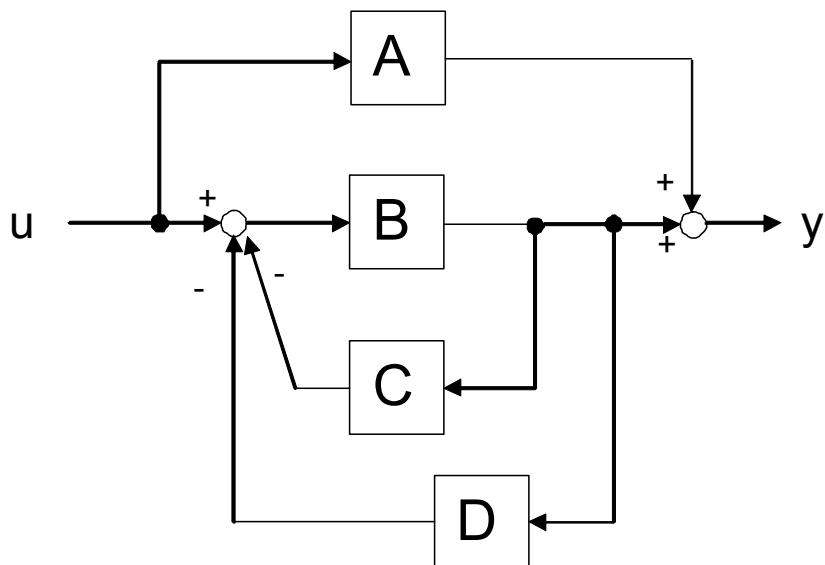


RISPOSTA:

$$K =$$

ESERCIZIO 8.

Si determini la funzione di trasferimento del seguente schema a blocchi:

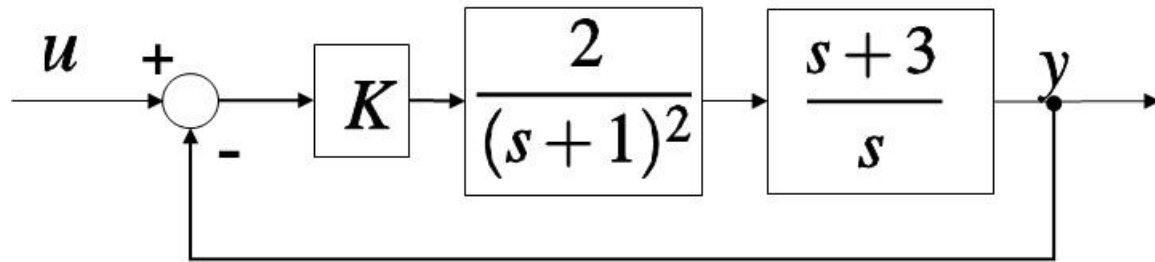


RISPOSTA:

$$Y/U =$$

ESERCIZIO 9.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



Si determinino i valori di K che rendono il sistema asintoticamente stabile.

RISPOSTA:

K

ESERCIZIO 10.

Data la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{20(1 + \frac{s}{2})^2}{s^2(1 + \frac{s}{40})(1 + \frac{s}{150})}$$

Si disegni il diagramma di Bode delle ampiezze, considerando ovviamente solo la linea spezzata che ne determina l'approssimazione asintotica.

Si noti che entrambi gli assi del piano predisposto per il tracciato del diagramma sono in scala logaritmica (ma che il valore sull'asse delle ascisse è assoluto, NON in dB).

RISPOSTA:

