

**Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (6 CFU) /  
“CONTROLLI AUTOMATICI”**

***Prova scritta – 8 settembre 2017***

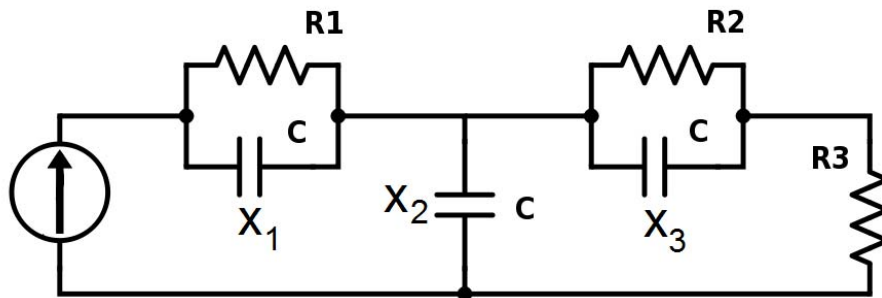
**COGNOME e NOME:** \_\_\_\_\_

**MATRICOLA:** \_\_\_\_\_

---

**ESERCIZIO 1.**

Si consideri il seguente circuito elettrico passivo:



Applicando le leggi di Kirchhoff e le formule di base dei componenti RLC, si ottiene il seguente modello matematico:

$$C\dot{x}_1 + \frac{x_1}{R_1} = u$$

$$C\dot{x}_2 + \frac{x_2 - x_3}{R_3} = u$$

$$C\dot{x}_3 - \frac{x_2 - x_3}{R_3} + \frac{x_2}{R_2} = 0$$

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

considerando ovvie scelte per gli elementi del vettore di stato e per l'ingresso, mentre l'uscita sia fissata  $y = (x_2 - x_3)$ ;

**RISPOSTA:**

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

---

**ESERCIZIO 2.**

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$C = 0,1; \quad R_1 = 10; \quad R_2 = 5; \quad R_3 = 20;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente osservabile, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

**RISPOSTA:**

$$Q^T =$$

$$\text{rango}(Q^T) =$$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente osservabile.

---

**ESERCIZIO 3.**

Per il sistema con i valori numerici indicati nell'Esercizio 2, si progetti un osservatore in catena chiusa dello stato (osservatore identità), cioè del tipo:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(C\hat{x}(t) - y(t))$$

i cui autovalori assegnabili risultino tutti reali ed uguali tra loro (se quelli assegnabili sono più di uno), con valore pari a -5.

**RISPOSTA:**

$$K =$$

---

#### ESERCIZIO 4.

Dato il seguente sistema dinamico:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} x(t); \quad y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t)$$

Si calcoli il valore della risposta  $y(t)$  all'istante  $t = 1$  secondo, a partire dallo stato iniziale:

$$x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

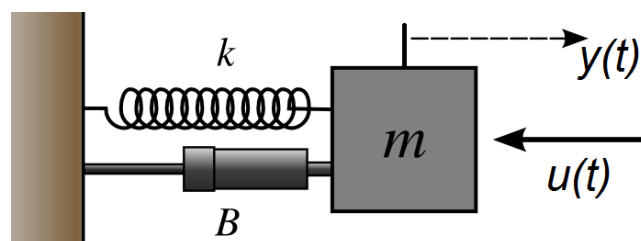
**RISPOSTA:**

$$y(1) =$$

---

#### ESERCIZIO 5.

Si consideri il seguente sistema massa-molla-smorzatore (ingresso = forza applicata, uscita = spostamento della massa):



per il quale il modello matematico nel dominio del tempo risulta essere:

$$2\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 8y(t) = u(t)$$

Si determinino:

- la corrispondente funzione di trasferimento  $G(s)$  con la trasformata di Laplace
- il coefficiente di smorzamento  $\delta$  di tale funzione di trasferimento
- il tempo di assestamento  $T_a$  della risposta al gradino.

**RISPOSTA:**

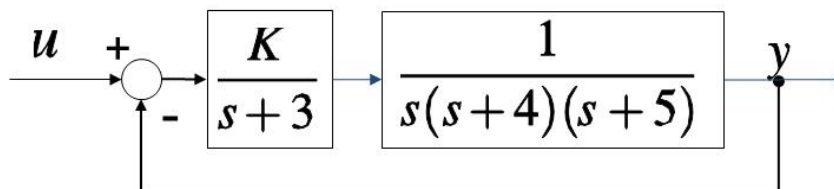
$$G(s) =$$

$$\delta =$$

$$T_a =$$

### ESERCIZIO 6.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



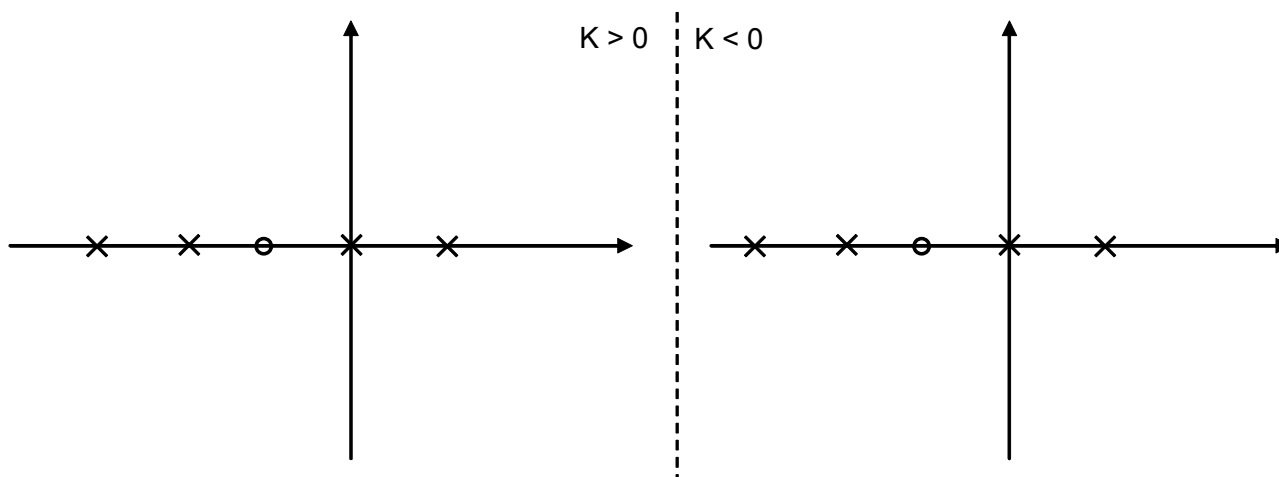
si determini l'intervallo di valori di  $K$  per i quali il sistema risulti asintoticamente stabile.

**RISPOSTA:**

$$K$$

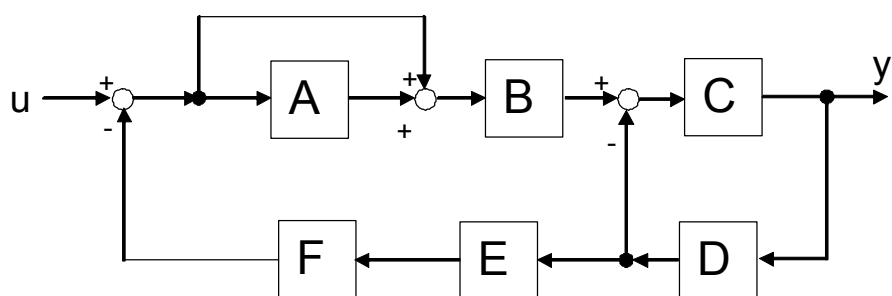
### ESERCIZIO 7.

Si tracci l'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema con poli (x) e zeri (o) della funzione di trasferimento d'anello come indicato in figura:



### ESERCIZIO 8.

Dato il sistema costituito dal seguente diagramma a blocchi:



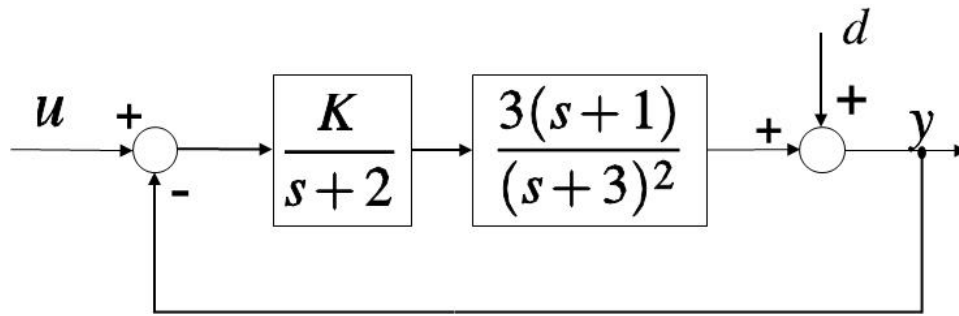
Si determini la funzione di trasferimento tra  $Y$  e  $U$ :

**RISPOSTA:**

$$Y / U =$$

### ESERCIZIO 9.

Dato il seguente sistema in retroazione:



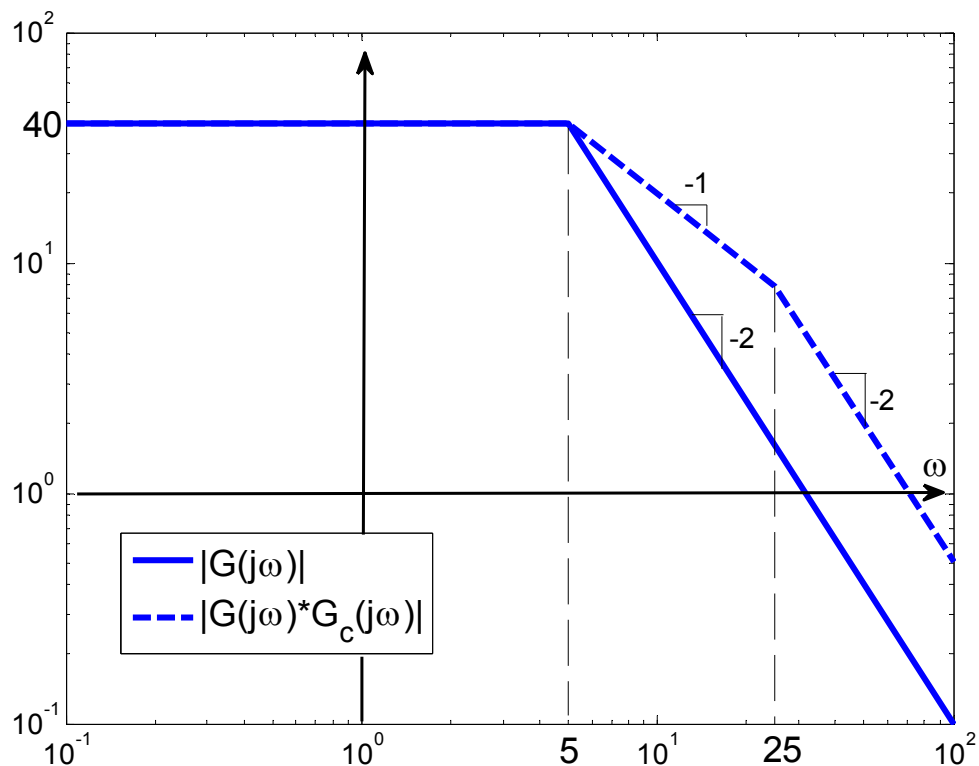
Si progetti il valore di  $K$  tale per cui, quando  $u(t) = 0$  e  $d(t)$  è un segnale a gradino unitario (con trasformata di Laplace  $D(s) = 1/s$ ),  $y(t) \rightarrow 0,1$  per  $t \rightarrow \infty$ .

**RISPOSTA:**

$K =$

## ESERCIZIO 10.

Dati i seguenti diagrammi di Bode delle ampiezze:



si determinino le funzioni di trasferimento, supposte a fase minima, del sistema controllato  $G(s)$  e del controllore  $G_c(s)$ :

**RISPOSTA:**

$$G(s) =$$

$$G_c(s) =$$

---