Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU)

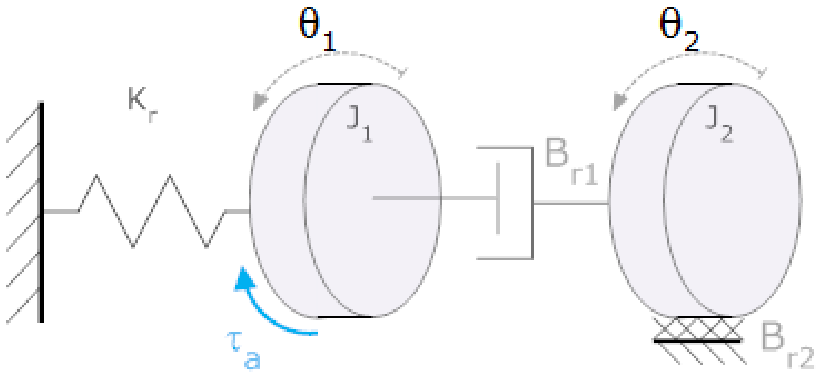
Prova scritta – 10 novembre 2017

COGNOME e NOME: ______________________________

MATRICOLA: ______________________________

ESERCIZIO 1.

Si consideri il seguente sistema meccanico costituito da due cilindri rotanti accoppiati:



Dall’analisi di bilancio delle forze generalizzate applicate ai due cilindri, si ottengono le seguenti equazioni differenziali:

$$J_1\ddot{\theta}_1 + B_{r1}\dot{\theta}_1 + K_r\theta_1 - B_{r1}\dot{\theta}_2 = -\tau_a$$

$$J_2\ddot{\theta}_2 + (B_{r2} + B_{r1})\dot{\theta}_2 - B_{r1}\dot{\theta}_1 = 0$$

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t);\ y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

considerando le seguenti scelte per gli elementi del vettore di stato, per l’ingresso e per l’uscita:

$$x_1 = \theta_1;\ x_2 = \dot{\theta}_1;\ x_3 = \dot{\theta}_2;\ u = \tau_a;\ y = \theta_1$$

RISPOSTA:

$A =$ $B =$

$C =$ $D =$

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$J_1 = 0{,}2; \quad J_2 = 0{,}1; \quad K_r = 2; \quad B_{r1} = 0{,}2; \quad B_{r2} = 0{,}1;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente controllabile, calcolando la matrice di raggiungibilità ed il relativo rango.

RISPOSTA:

$P =$ rango(P) =

Perciò il sistema E' / NON E' completamente controllabile.

ESERCIZIO 3.

Per il sistema con i valori numerici indicati nell'Esercizio 2, si progetti una retroazione stato-ingresso (i.e. $u = H\,x + v$), in modo tale che:

- gli autovalori assegnabili del sistema chiuso in retroazione siano tutti reali e distinti;
- il più lento di tali autovalori abbia tempo di assestamento (al 5%) di 3 secondi e gli altri assegnabili abbiano valori assoluti progressivi di una unità (es. -2, -3, ecc.).

RISPOSTA:

$$H =$$

ESERCIZIO 4.

Un sistema costituito dal circuito elettronico del tipo mostrato a fianco risulta avere il seguente modello nello spazio degli stati:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t);\; y(t) = Cx(t)$$

con:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

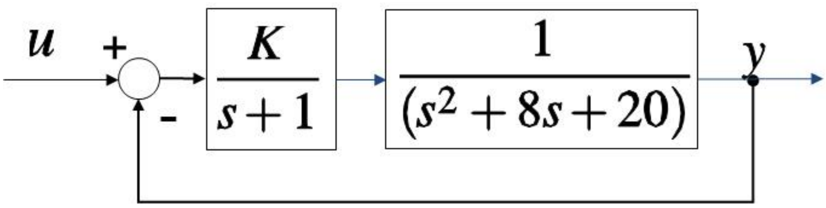
Si determini la funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema considerato.

RISPOSTA:

$$G(s) =$$

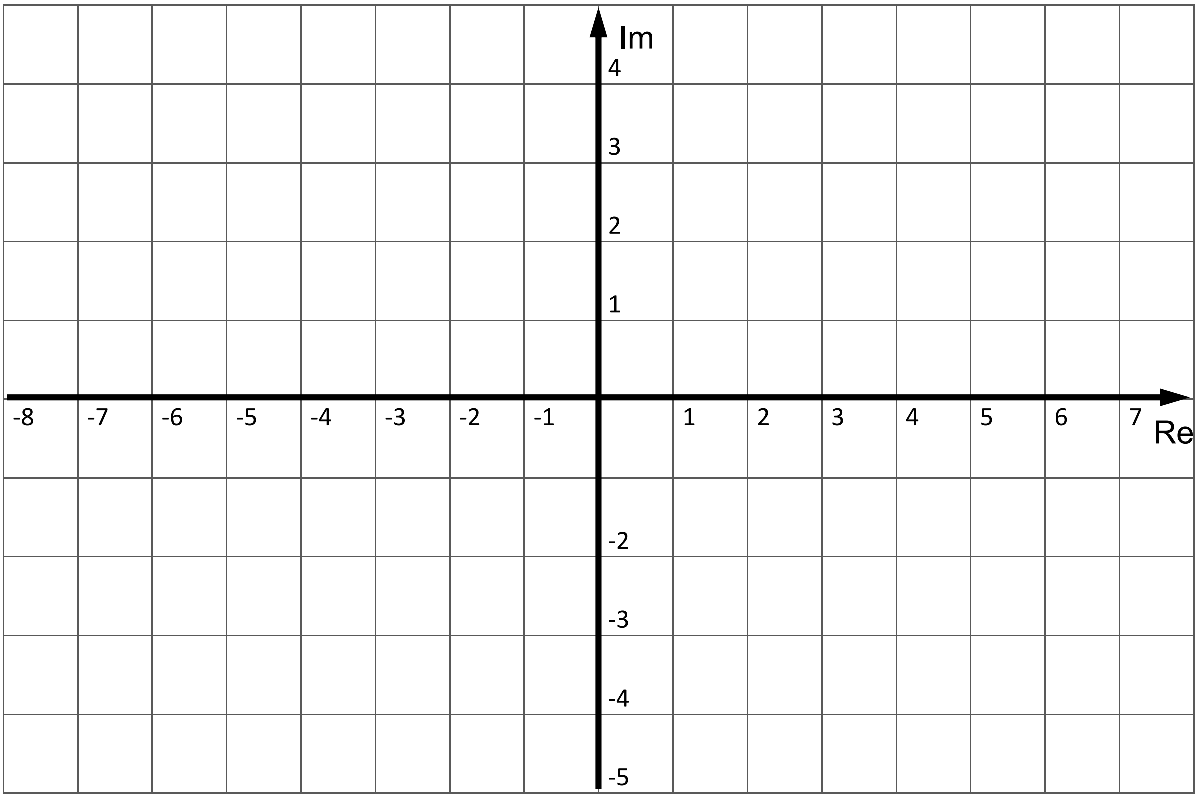
ESERCIZIO 5.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si disegni il corrispondente luogo delle radici valido per $K > 0$ (luogo diretto).

RISPOSTA:



ESERCIZIO 6.

Dato il sistema dal diagramma a blocchi dell'Esercizio 5, si determini l'intervallo di valori di K per i quali il sistema risulti <u>asintoticamente stabile</u>.

RISPOSTA:

K

TEST A RISPOSTA MULTIPLA

DOMANDA 1.

Due sistemi dinamici, lineari e stazionari, asintoticamente stabili, collegati in cascata (i.e. in serie tra loro) danno luogo ad un sistema:

O semplicemente stabile
O asintoticamente stabile
O completamente controllabile
O completamente osservabile

DOMANDA 2.

Una forma minima per un sistema dinamico, lineare e stazionario, risulta di ordine minore a quello del sistema quando:

O il polinomio minimo è di grado inferiore a quello caratteristico
O esiste una parte non raggiungibile e non osservabile
O il sistema non è completamente osservabile
O il sistema non è completamente controllabile

DOMANDA 3.

Un sistema dinamico lineare e stazionario caratterizzato dalla seguente matrice di transizione:

$$e^{At} = \begin{bmatrix} 1 & e^{-2t} \\ 0 & 2e^{-2t} \end{bmatrix}$$

O è completamente controllabile
O è instabile
O è semplicemente stabile
O è asintoticamente stabile

DOMANDA 4.

Un sistema con funzione di trasferimento $G(s)$ pari a:

$$G(s) = \frac{(s-1)(s+2)}{s(s+2)}$$

risulta essere:

O asintoticamente stabile
O a fase minima
O puramente dinamico
O semplicemente stabile

DOMANDA 5.
Il sistema lineare e stazionario la cui funzione di trasferimento G(s) ha tutti i poli posizionati sull'asse immaginario, ciascuno avente molteplicità unitaria:

O è instabile
O è asintoticamente stabile
O è semplicemente stabile
O dipende dal posizionamento degli zeri

DOMANDA 6.
Il tempo di assestamento del sistema avente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2+2\delta\omega_n s+\omega_n^2}$$

O diminuisce all'aumentare di ω_n

O aumenta all'aumentare di ω_n

O diminuisce all'aumentare di δ

O aumenta all'aumentare di δ

DOMANDA 7.
In una rete anticipatrice, all'aumentare di ω da zero all'infinito:

O agisce prima il polo e poi lo zero
O agisce prima lo zero e poi il polo
O la fase è sempre positiva
O la fase è sempre negativa

DOMANDA 8.
Si vuole progettare un controllo in retroazione per il sistema avente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+2)}$$

in modo da ottenere errore a regime nullo per <u>ingressi a rampa</u>. Il controllore per tale sistema:

O può essere un regolatore PI
O può essere un regolatore PD
O deve avere almeno due poli nell'origine
O deve avere almeno un polo nell'origine