

# Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU)

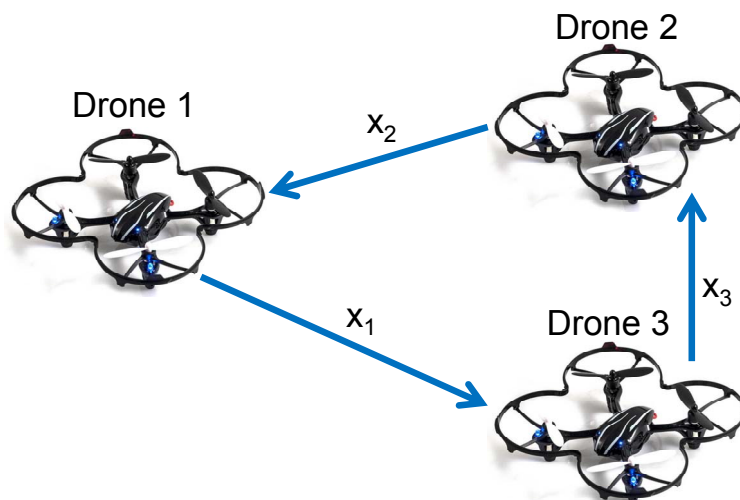
*Prova scritta – 20 giugno 2017*

COGNOME e NOME: \_\_\_\_\_

MATRICOLA: \_\_\_\_\_

## ESERCIZIO 1.

Si vuole realizzare un sistema di sorveglianza costituito da una flotta di droni di tipologia quadricottero. Per coordinare e sincronizzare il moto dei quadricotteri è prevista una rete di comunicazione wireless low-power, con la quale ogni drone può inviare la propria posizione nello spazio solo ad uno dei droni vicini e solo uno dei droni può inviare la propria posizione al sistema di supervisione centralizzato. Come caso specifico si considerino tre droni con il seguente schema di comunicazione:



Al fine di mantenere un moto coordinato della flotta, ogni drone è programmato per regolare la propria velocità in funzione della distanza con l'altro drone del quale riceve la posizione via rete wireless, più un eventuale comando esterno fornito dal supervisore centralizzato. Considerando per semplicità la posizione del drone come una variabile scalare, indicata con  $x_i$ , le equazioni differenziali che descrivono il moto della flotta di tre droni sono esprimibili come segue:

$$\dot{x}_i = -(x_i - x_j) + b_i u$$

con le seguenti combinazioni degli indici  $i$  e  $j$ :  $[i=1, j=2]$ ,  $[i=2, j=3]$ ,  $[i=3, j=1]$ .  
Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

fissando le posizioni dei droni come variabili di stato e considerando  $b_1 = 1$ ,  $b_2 = 0$  e  $b_3 = 0$ . Per quando riguarda la variabile di uscita invece, si consideri  $y = X_i$ , con:

- $i = 1$ , se il proprio numero di matricola termina con 0.
- $i = 2$ , se il proprio numero di matricola termina con una cifra pari diversa da 0.
- $i = 3$ , se il proprio numero di matricola termina con una cifra dispari.

Si verifichi poi se il sistema considerato risulti o meno completamente osservabile, in base al proprio numero di matricola, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

**RISPOSTA:**

$$A =$$

$$B =$$

$$C =$$

$$D =$$

$$Q^T =$$

$$\text{rango}(Q^T) =$$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente osservabile.

---

## ESERCIZIO 2.

Per il sistema ottenuto all'Esercizio 1, si progetti un osservatore in catena chiusa dello stato (osservatore identità), cioè del tipo:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(C\hat{x}(t) - y(t))$$

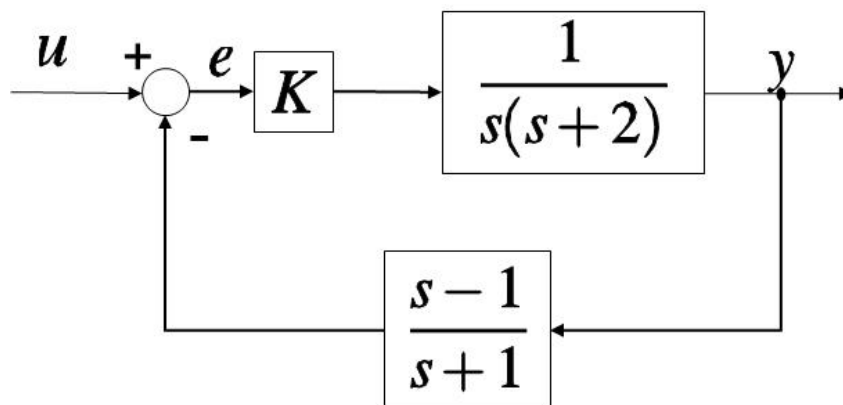
i cui autovalori assegnabili risultino tutti reali ed uguali tra loro (se quelli assegnabili sono più di uno), con un tempo di assestamento (al 5%) di 1 secondo.

**RISPOSTA:**

$$K =$$

### ESERCIZIO 3.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



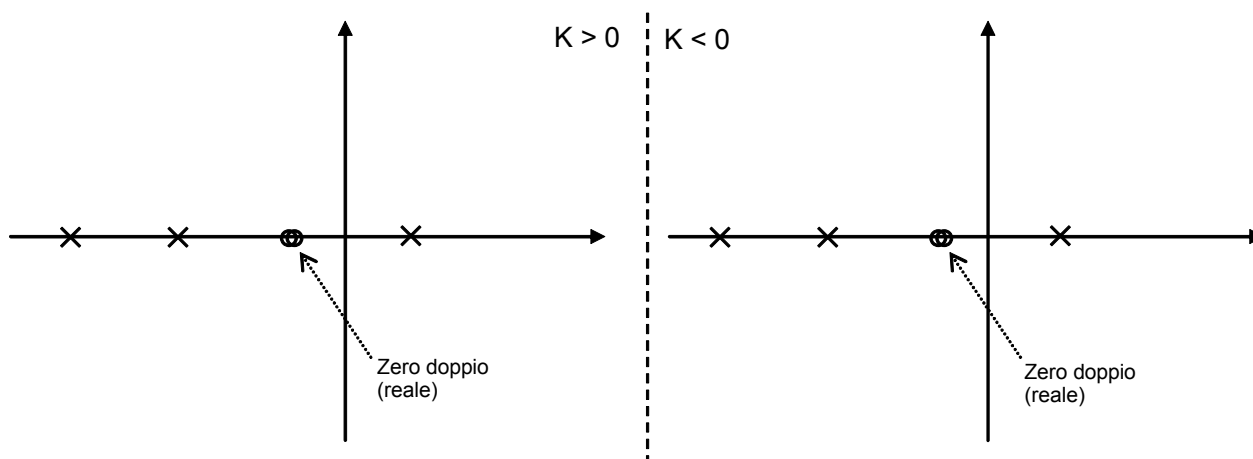
si determinino i valori di  $K$  tali per cui il sistema chiuso in retroazione risulti essere asintoticamente stabile.

**RISPOSTA:**

$$K$$

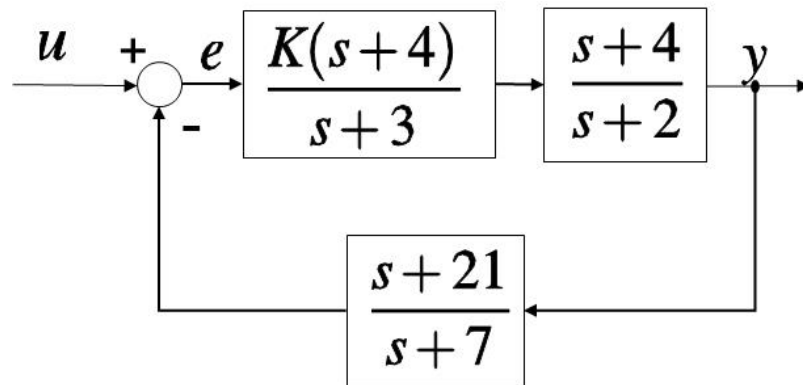
### ESERCIZIO 4.

Si tracci l'andamento qualitativo del luogo delle radici del sistema con poli (x) e zeri (o) della funzione di trasferimento d'anello come indicato in figura:



### ESERCIZIO 5.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



si determini il valore di  $K$  tale per cui il sistema risulti avere errore a regime pari a:

$e(\infty) = 0,2$  con ingresso a gradino unitario ( $U(s) = 1/s$ )

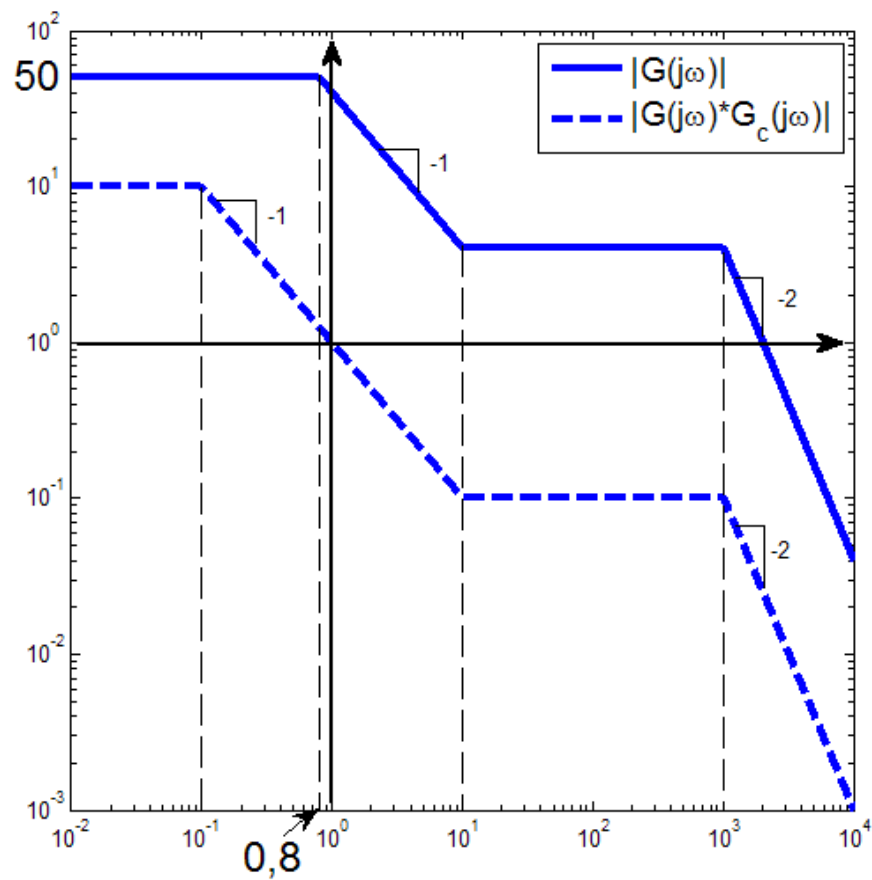
**RISPOSTA:**

$K =$

---

### ESERCIZIO 6.

Dati i seguenti diagrammi di Bode delle ampiezze:



si determinino le funzioni di trasferimento  $\mathbf{G(s)}$  e  $\mathbf{G_c(s)}$ , supposte entrambe a fase minima.

**RISPOSTA:**

**$G(s) =$**

**$G_c(s) =$**

## TEST A RISPOSTA MULTIPLA

---

### DOMANDA 1.

La stabilità di un sistema lineare e stazionario:

- ☐ È funzione delle condizioni iniziali del sistema
- ☐ È funzione degli autovalori del sistema
- ☐ È funzione del rango della matrice di raggiungibilità del sistema
- ☐ È funzione del rango della matrice di osservabilità del sistema

### DOMANDA 2.

Il sistema con un solo ingresso ed una sola uscita descritto dal modello  $\dot{y}(t) = u(t)$ :

- ☐ Non è fisicamente realizzabile
- ☐ È puramente dinamico
- ☐ Ha una funzione di trasferimento pari a  $G(s) = Y(s) / U(s) = s$
- ☐ Ha una funzione di trasferimento pari a  $G(s) = Y(s) / U(s) = 1 / s$

### DOMANDA 3.

Una retroazione stato-ingresso in un sistema dinamico, lineare e stazionario, completamente controllabile ma non completamente osservabile, consente di:

- ☐ modificare arbitrariamente tutti gli autovalori del sistema
- ☐ modificare arbitrariamente solo gli autovalori della parte osservabile
- ☐ rendere il sistema asintoticamente stabile
- ☐ rendere il sistema stabile semplicemente, ma non asintoticamente

### DOMANDA 4.

La funzione di trasferimento di un sistema dinamico a tempo continuo è:

$$G(s) = \frac{(s-2)(s+1)}{s(s+4)^2}$$

Tale funzione di trasferimento:

- ☐ è fisicamente realizzabile
- ☐ è asintoticamente stabile
- ☐ è semplicemente stabile
- ☐ è a fase minima

### DOMANDA 5.

L'errore a regime del sistema :

$$G(s) = \frac{1}{s^2(s+2)}$$

chiuso in retroazione unitaria negativa, quando in ingresso è presente una rampa unitaria:

$$u(s) = \frac{1}{s^2}$$

è pari a:

- ☐  $e(\infty) = 10$
- ☐  $e(\infty) = 1$
- ☐  $e(\infty) = 0,1$
- ☐  $e(\infty) = 0$

**DOMANDA 6.**

La seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{10}{s^2 + 4s + 9}$$

Risulta avere coefficiente di smorzamento  $\bar{\delta}$  pari a:

- ☐  $1/3$
- ☐  $2/3$
- ☐  $1$
- ☐  $3$

**DOMANDA 7.**

Dato il diagramma di Bode delle ampiezze di una funzione  $G(j\omega)$ , da esso si può dedurre il diagramma delle fasi:

- ☐ solo se il diagramma di Bode delle ampiezze presenta pendenze negative o nulle
- ☐ solo se la corrispondente funzione di trasferimento  $G(s)$  ha tutti i poli e tutti gli zeri a parte reale negativa
- ☐ solo se la corrispondente funzione di trasferimento  $G(s)$  ha tutti i poli a parte reale negativa
- ☐ solo la corrispondente funzione di trasferimento  $G(s)$  ha tutti gli zeri a parte reale negativa

**DOMANDA 8.**

Il sistema avente la seguente funzione di trasferimento:

$$G(s) = \frac{K}{s^2}$$

può essere reso asintoticamente stabile con uno schema ad anello chiuso che includa:

- ☐ un regolatore P con guadagno ( $K_p$ ) inferiore a 1
- ☐ un regolatore PI con guadagno del termine integrale ( $K_i$ ) maggiore di 1
- ☐ un regolatore PI con guadagno del termine integrale ( $K_i$ ) minore di 1
- ☐ un regolatore PD, indipendentemente dai relativi guadagni.