

Esame di “FONDAMENTI DI AUTOMATICA” (9 CFU)

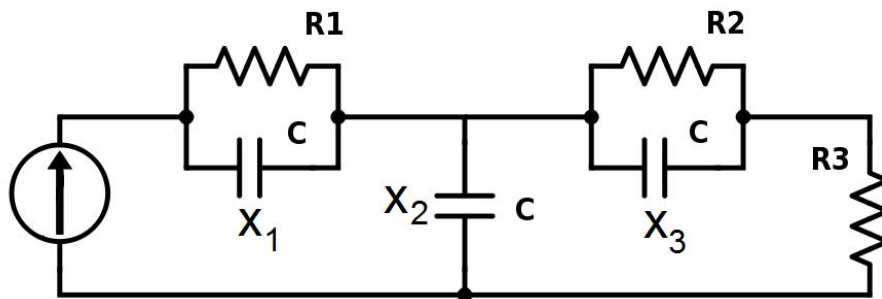
Prova scritta – 8 settembre 2017

COGNOME e NOME: _____

MATRICOLA: _____

ESERCIZIO 1.

Si consideri il seguente circuito elettrico passivo:



Applicando le leggi di Kirchhoff e le formule di base dei componenti RLC, si ottiene il seguente modello matematico:

$$C\dot{x}_1 + \frac{x_1}{R_1} = u$$

$$C\dot{x}_2 + \frac{x_2 - x_3}{R_3} = u$$

$$C\dot{x}_3 - \frac{x_2 - x_3}{R_3} + \frac{x_3}{R_2} = 0$$

Si determini il corrispondente modello dinamico nello spazio degli stati, del tipo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t); y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

considerando ovvie scelte per gli elementi del vettore di stato e per l'ingresso, mentre l'uscita sia fissata $y = (x_2 - x_3)$;

RISPOSTA:

$A =$

$B =$

$C =$

$D =$

ESERCIZIO 2.

Dato il modello ottenuto nell'Esercizio 1, si sostituiscano i seguenti valori per i parametri fisici:

$$C = 0,1; \quad R_1 = 10; \quad R_2 = 5; \quad R_3 = 20;$$

e si verifichi se il sistema sia o meno completamente osservabile, calcolando la matrice di osservabilità ed il relativo rango.

RISPOSTA:

$Q^T =$

$\text{rango}(Q^T) =$

Perciò il sistema E' / NON E' completamente osservabile.

ESERCIZIO 3.

Per il sistema con i valori numerici indicati nell'Esercizio 2, si progetti un osservatore in catena chiusa dello stato (osservatore identità), cioè del tipo:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(C\hat{x}(t) - y(t))$$

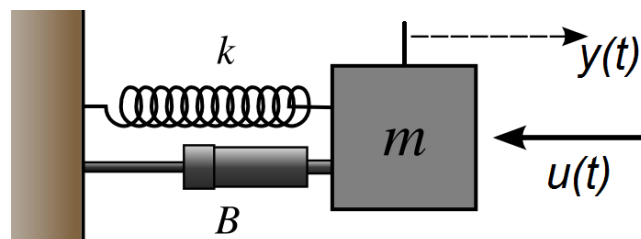
i cui autovalori assegnabili risultino tutti reali ed uguali tra loro (se quelli assegnabili sono più di uno), con valore pari a -5.

RISPOSTA:

$$K =$$

ESERCIZIO 4.

Si consideri il seguente sistema massa-molla-smorzatore (ingresso = forza applicata, uscita = spostamento della massa):



per il quale il modello matematico nel dominio del tempo risulta essere:

$$2\ddot{y}(t) + 3\dot{y}(t) + 8y(t) = u(t)$$

Si determinino:

- la corrispondente funzione di trasferimento $G(s)$ con la trasformata di Laplace
- il coefficiente di smorzamento δ di tale funzione di trasferimento
- il tempo di assestamento T_a della risposta al gradino.

RISPOSTA:

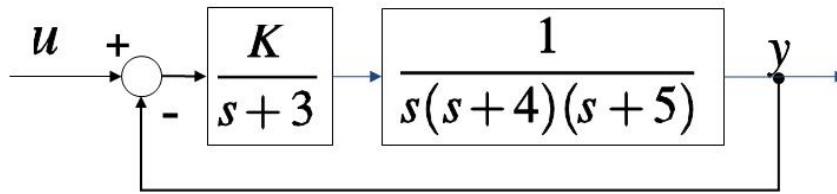
$$G(s) =$$

$$\delta =$$

$$T_a =$$

ESERCIZIO 5.

Dato il sistema descritto dal seguente diagramma a blocchi:



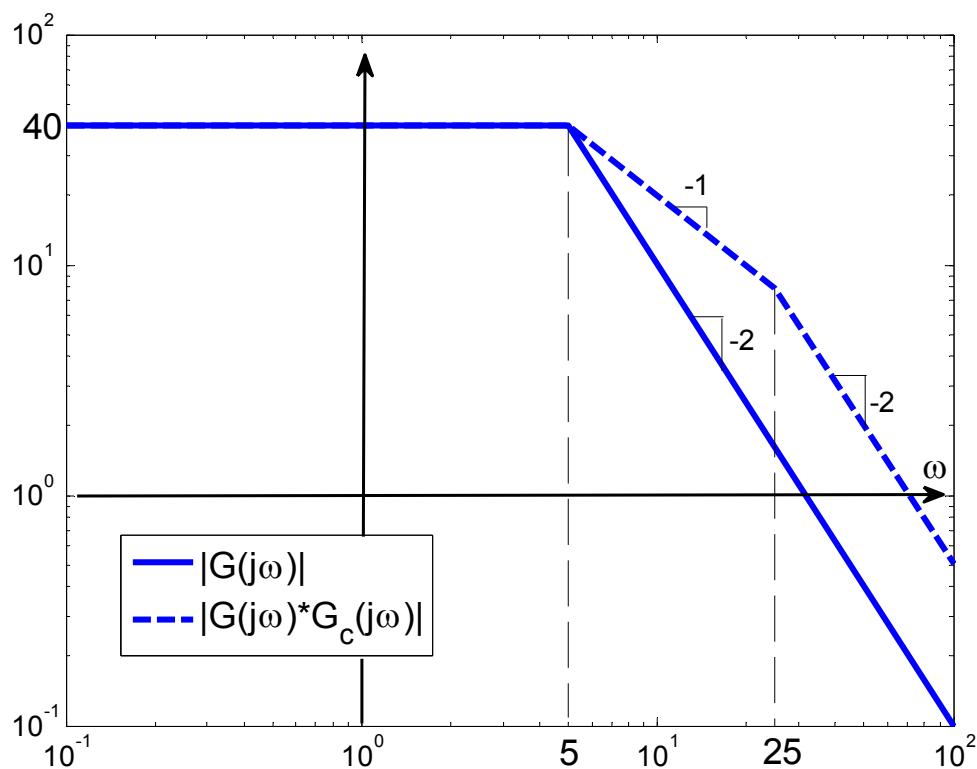
si determini l'intervallo di valori di K per i quali il sistema risulti asintoticamente stabile.

RISPOSTA:

K

ESERCIZIO 6.

Dati i seguenti diagrammi di Bode delle ampiezze:



si determinino le funzioni di trasferimento, supposte a fase minima, del sistema controllato $G(s)$ e del controllore $G_c(s)$:

RISPOSTA:

$$G(s) =$$

$$G_c(s) =$$

TEST A RISPOSTA MULTIPLA

DOMANDA 1.

L'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y(t)$ di un sistema sono legati dalla relazione $\dot{y}(t) = u(t)$

Tale sistema è:

- ☐ puramente algebrico
- ☐ puramente dinamico
- ☐ dinamico, non puramente
- ☐ non fisicamente realizzabile

DOMANDA 2.

Il moto libero di un sistema dinamico, lineare, stazionario, continuo e di ordine due, è del tipo:

$$\begin{aligned}x_1(t) &= e^{-t}x_1(0) \\x_2(t) &= e^{-2t}x_2(0)\end{aligned}$$

Il sistema considerato:

- ☐ è completamente controllabile
- ☐ può essere completamente controllabile
- ☐ è asintoticamente stabile
- ☐ è semplicemente stabile

DOMANDA 3.

La stabilità di un sistema lineare e stazionario:

- ☐ È funzione delle condizioni iniziali degli stati
- ☐ È funzione del valore degli ingressi
- ☐ È funzione del valore dei disturbi
- ☐ È funzione degli autovalori del sistema

DOMANDA 4.

Gli elementi della matrice di risposta impulsiva sono funzioni che tendono a zero al tendere del tempo all'infinito nei sistemi dinamici, lineari e stazionari:

- ☐ semplicemente stabili
- ☐ asintoticamente stabili
- ☐ completamente controllabili
- ☐ completamente osservabili

DOMANDA 5.

La funzione di trasferimento di un sistema dinamico a tempo continuo è:

$$G(s) = \frac{(s+2)(s+1)}{s(s+3)}$$

Tale sistema:

- ☐ è puramente dinamico
- ☐ è asintoticamente stabile
- ☐ è semplicemente stabile
- ☐ è instabile

DOMANDA 6.

Il tempo di salita T_s della risposta al gradino di un sistema è definito come:

- ☐ il tempo necessario per raggiungere il 50% del valore finale
- ☐ il tempo necessario per raggiungere il 90% del valore finale
- ☐ il tempo necessario per passare dal 10% al 90% del valore finale
- ☐ il tempo necessario perché l'uscita rimanga entro il $\pm 5\%$ del valore finale

DOMANDA 7.

Si indichi quali delle seguenti funzioni di trasferimento sono a fase minima:

☐ $G(s) = e^{-t_0 s}$

☐ $G(s) = \frac{s+1}{s-2}$

☐ $G(s) = \frac{s-1}{s+2}$

☐ $G(s) = \frac{s+1}{s+2}$

DOMANDA 8.

In corrispondenza della pulsazione centrale: $\omega_n = 1/\sqrt{\tau_1 \tau_2}$, una rete ad anticipo e ritardo:

$$G_c(s) = \frac{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}{(1+\alpha \tau_1 s)(1+\frac{\tau_2}{\alpha} s)}$$

- ☐ Attenua ma non sfasa
- ☐ Sfasa di 90°
- ☐ Attenua e sfasa di 45°
- ☐ Amplifica