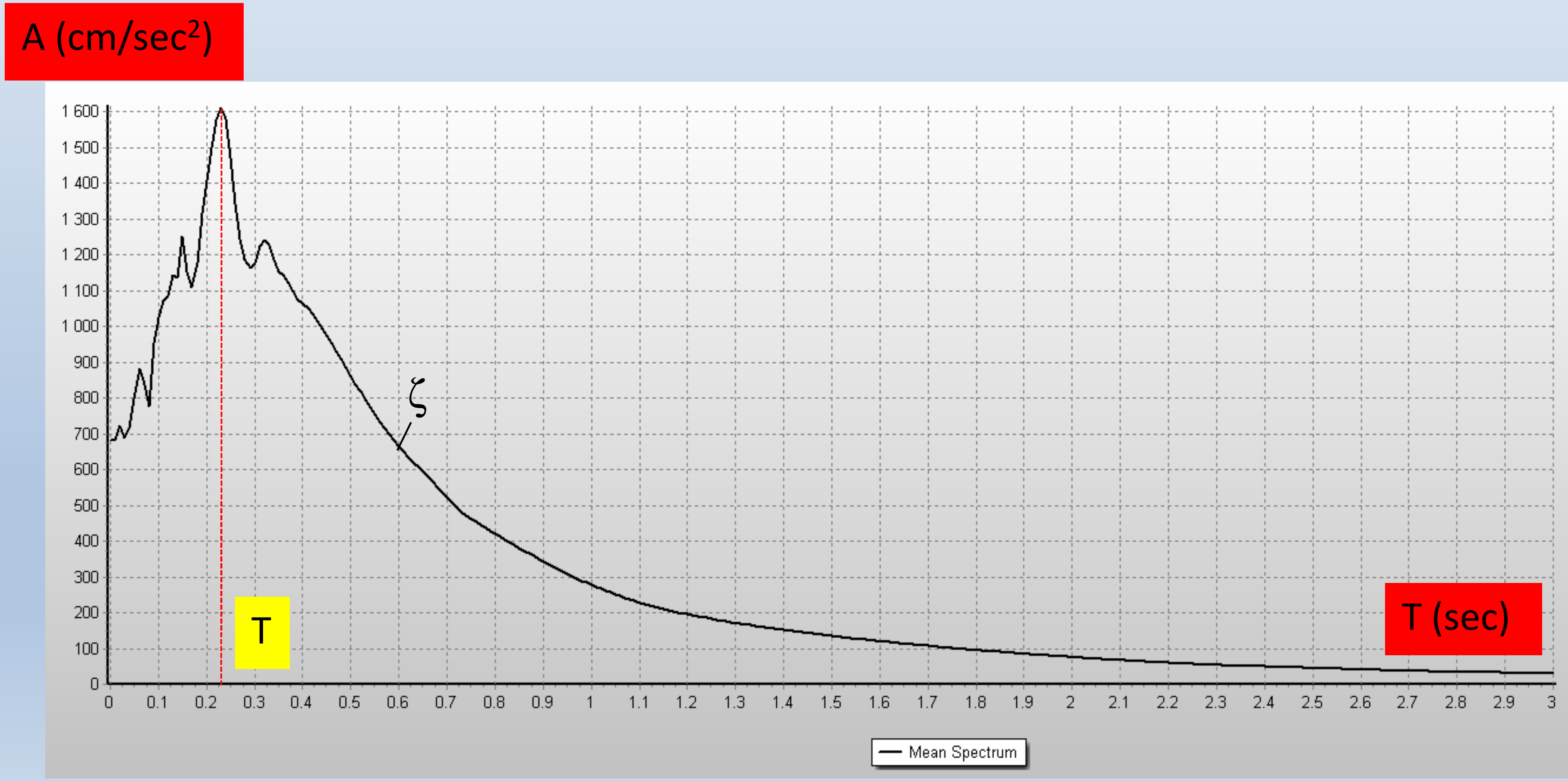
Calcolo del fattore di smorzamento ζ

- Indipendentemente dal valore di ζ, il periodo T si ottiene in corrispondenza dell'ordinata massima dello spettrogramma



- Se ci si limita a stimare solo i modi di vibrare di una struttura è sufficiente misurare solo il segnale di risposta - output dell’oscillatore semplice
- Se si vuole misurare anche ζ bisogna misurare sia le risposte dell’oscillatore che la forzante (segnale di ingresso - input)

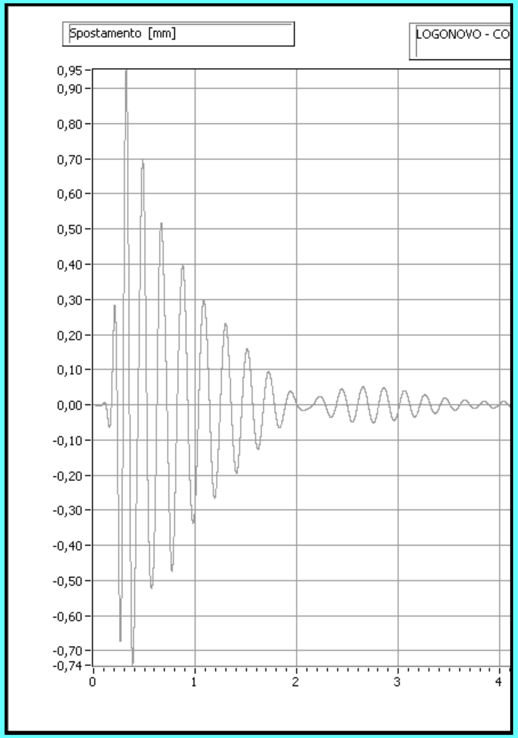
Generalizzando

- Single output: solo T
- SISO: single input – single output:
  - T e ζ
- SIMO: single input – multi output:
  - T_1, T_2, …. T_n, ζ SDOF Trave
- SIMO: single input – multi output:
  - T_1^m, T_2^m, …., T_n^m, ζ_1^m, ζ_2^m, …., ζ_n^m MDOF Telaio a n piani (°)
- n: forme modali o modi di vibrare
- m: gradi di libertà dell'oscillatore
- (°) Difficile da realizzare sperimentalmente

Metodo del decremento logaritmico

- $\Delta = ln \frac{x_{t_n}}{x_{t_{n+1}}}$

x (t) equazione dell'oscillazione libera smorzata



$$\zeta = \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + 4\pi^2}}$$

approssimabile a:

$$\zeta = \frac{\Delta}{2\pi}$$

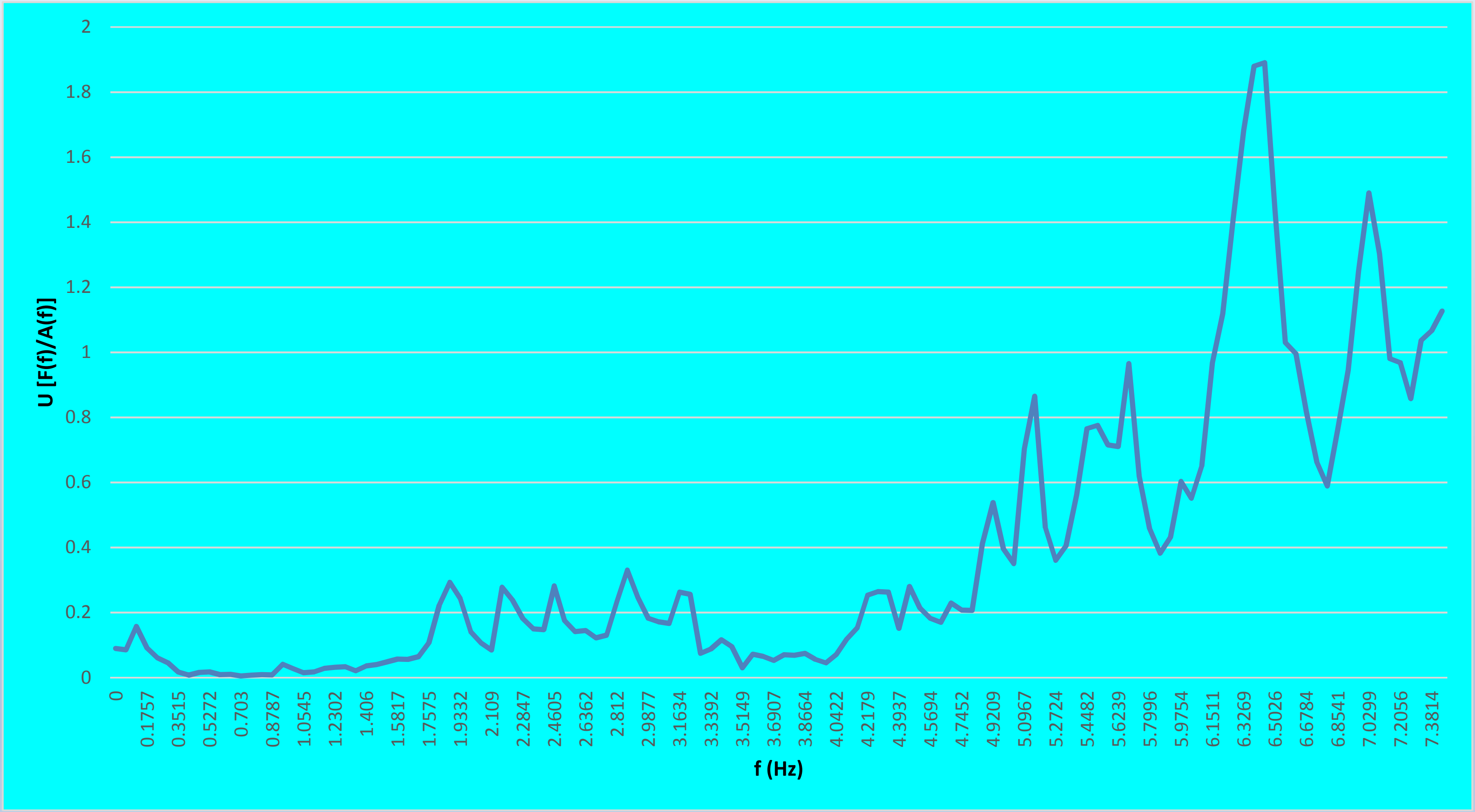
per valori di ζ <= 0.3

Alla base di questo metodo vi è l'ipotesi che il decremento delle x (ampiezze) sia modulabile da funzioni logaritmiche

Funzione di risposta in frequenza

- Funzione di risposta in frequenza = **F (f) / A (f)**
- F (f) trasformata di Fourier della forzante
- A (f) trasformata di Fourier dell'oscillatore semplice
- F ed A devono essere campionati alla stessa frequenza o a multipli di essa
- La funzione di risposta in frequenza è un numero complesso da cui si estrae la sua ampiezza

Rappresentazione dell’ampiezza U di una funzione di risposta in frequenza



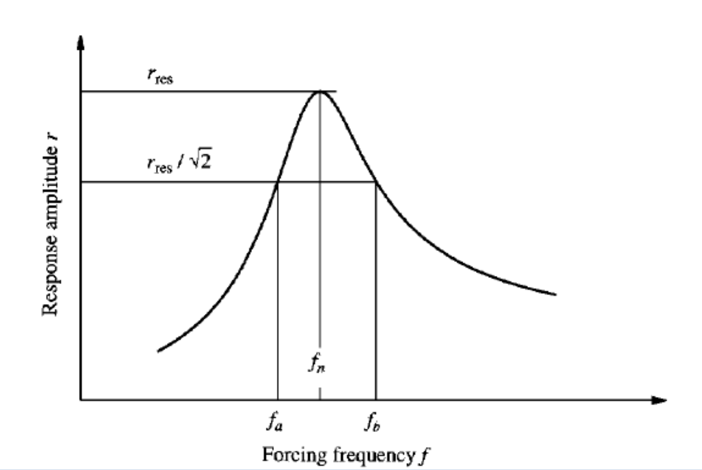
Metodo dell'ampiezza in banda (Chopra, 1995)

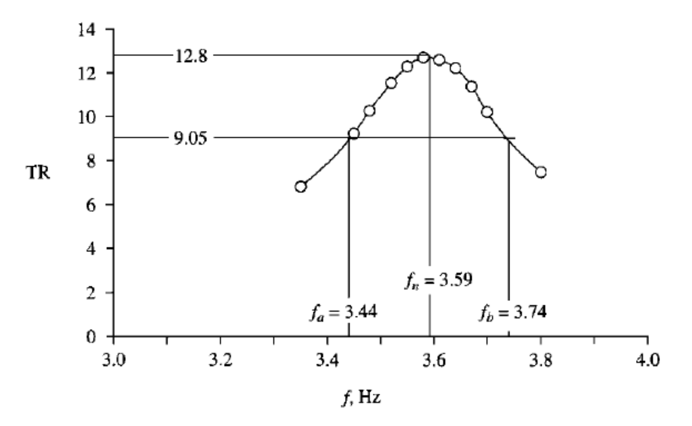
$$\zeta = \frac{\omega_{f2}^2 - \omega_{f1}^2}{4\omega_n}$$

- approssimabile a:

$$\zeta = \frac{\omega_{f2} - \omega_{f1}}{2\omega_n}$$

- ω_n è la pulsazione propria dell'oscillatore; le pulsazioni ω_{f_2} ed ω_{f_1} si calcolano per valori di ampiezza pari a $u_{max}/\sqrt{2}$
- u_{max} è il picco in ampiezza della funzione di risposta in frequenza





ζ = 4%

Metodo proposto da Gatti, 2018-19

- H (T, ζ) = A (T, ζ) : F (T, ζ)
- A (T, ζ) spettro dell'oscillatore
- F (T, ζ) spettro della forzante
- H (T, ζ) funzione di trasferimento

- Ipotesi: se, nella funzione di trasferimento dell'oscillatore semplice espressa nel dominio delle frequenze H (T, ζ, f) è noto il periodo proprio T, allora questa dipende solo dal fattore di smorzamento ζ
- in tal caso il massimo della risposta spettrale A (T, ζ) si ottiene in corrispondenza del valore di ζ che rende minima la funzione di trasferimento

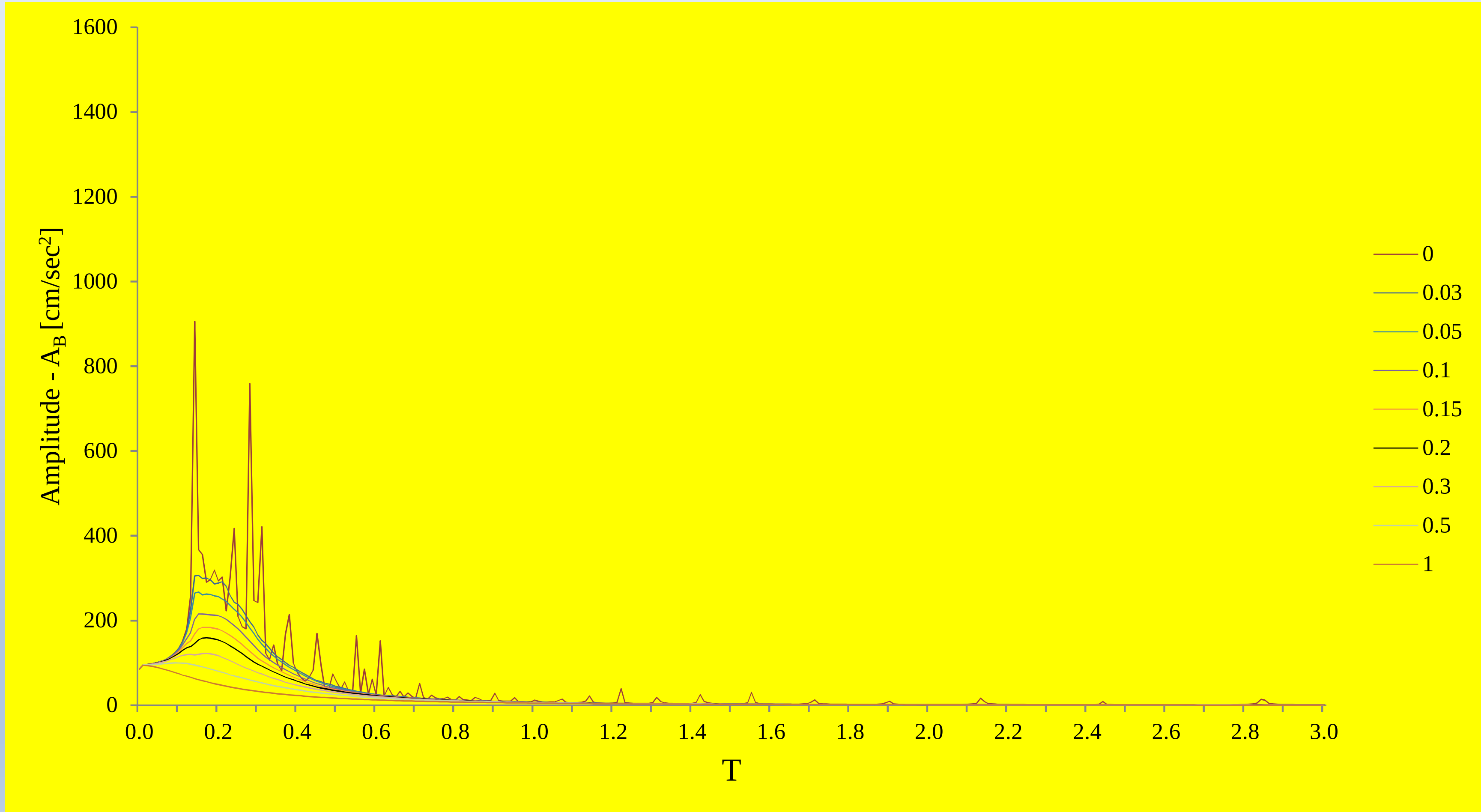
Fasi di calcolo

– Registrazione accelerometriche dell'oscillatore semplice - output
– Registrazioni accelerometriche della forzante -input

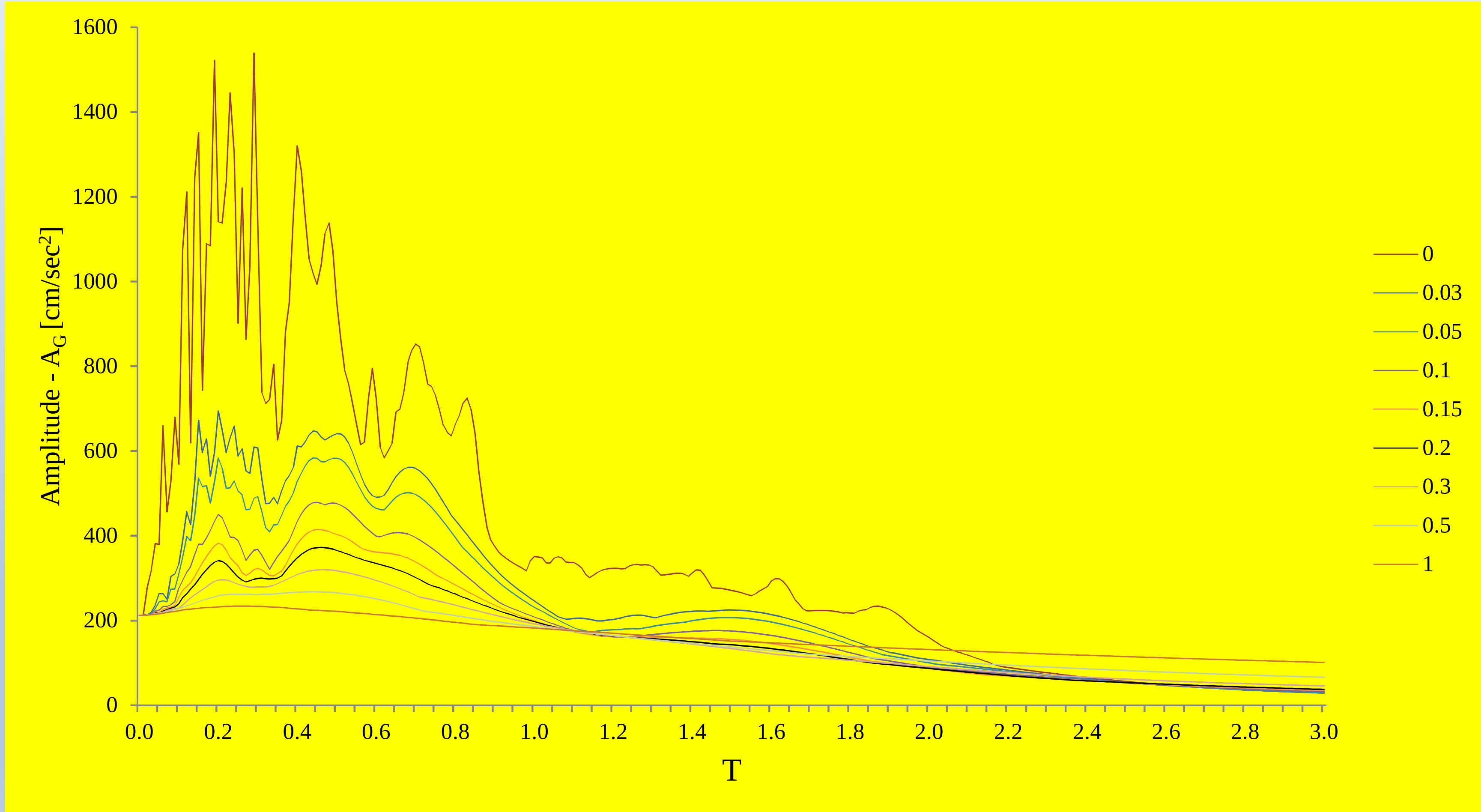
a) si costruiscono coppie di spettri di risposta in accelerazione sia dell'oscillatore semplice (spettri di risposta - output) che della forzante (spettri della forzante- input), per valori di ζ pari a:

0, 0.01, 0.02, 0.03, 0.05, 0.055, 0.6, 0.8, 0.10, 0.15, 0.20, 0.25, 0.3, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 ed 1

Esempio di spettri in accelerazione di uno oscillatore semplice al variare di ζ



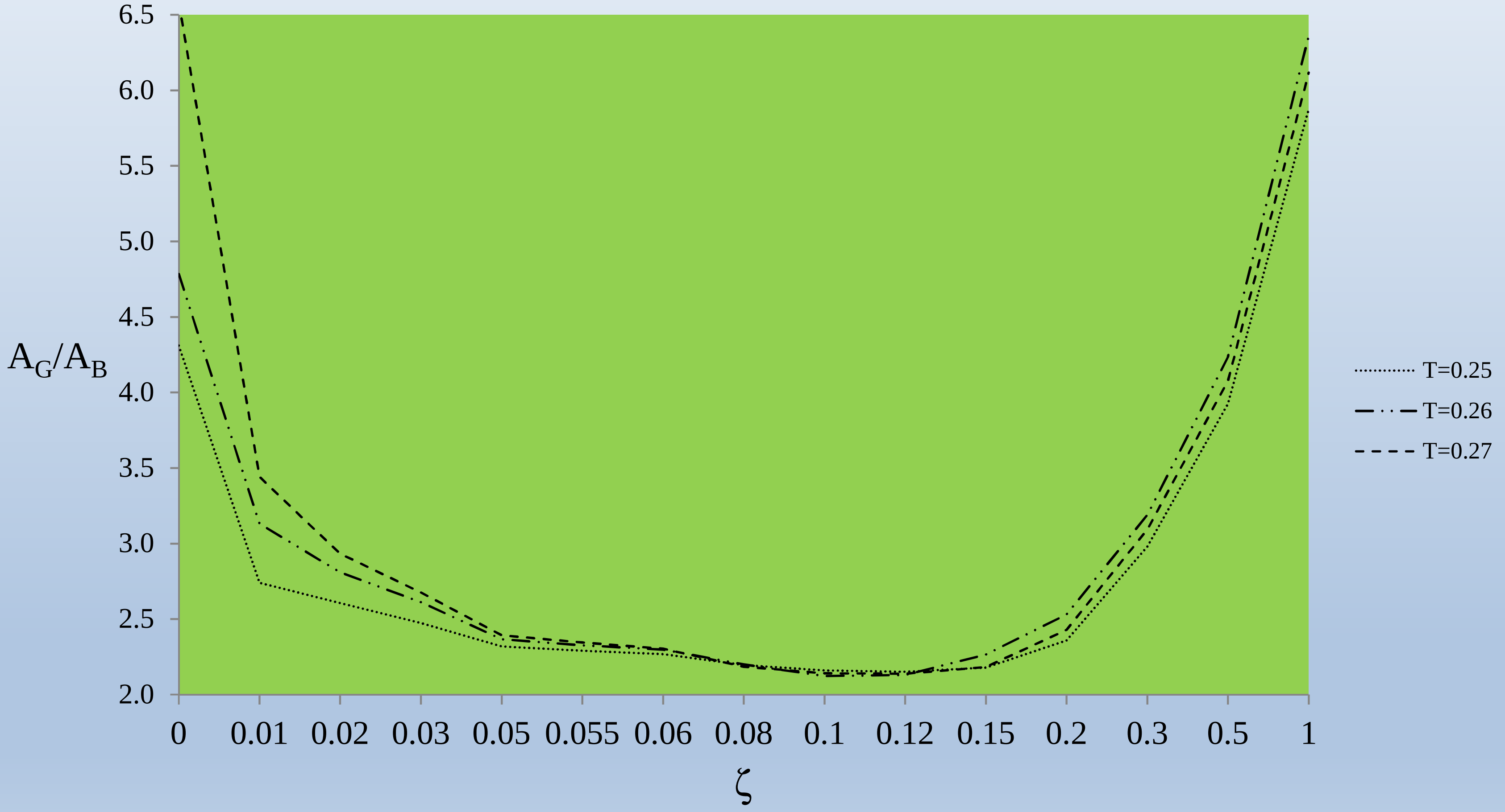
Esempio di spettri in accelerazione di una forzante al variare di ζ



Fasi di calcolo

- individuazione del periodo proprio T_o dell'oscillatore semplice
- estrazione, per $T=T_o$, da ogni coppia di spettri costruiti in precedenza con lo stesso valore di ζ, delle corrispondenti ordinate (amplitude) spettrali A_B dell'oscillatore ed A_G della forzante
- tracciamento di un grafico che riporta in ordinata i rapporti A_G/A_B ed in ascissa i corrispondenti valori di ζ: approssimazioni numeriche a parte, legate alla scelta dell'intervallo di valori di ζ, il grafico rappresenta una spezzata con un evidente andamento a parabola; i valori 0 ed 1 in ascissa, ovvero i valori $\zeta = 0$ di oscillazione libera e $\zeta = 1$ di oscillazione sovrasmorzata, ne delimitano gli estremi

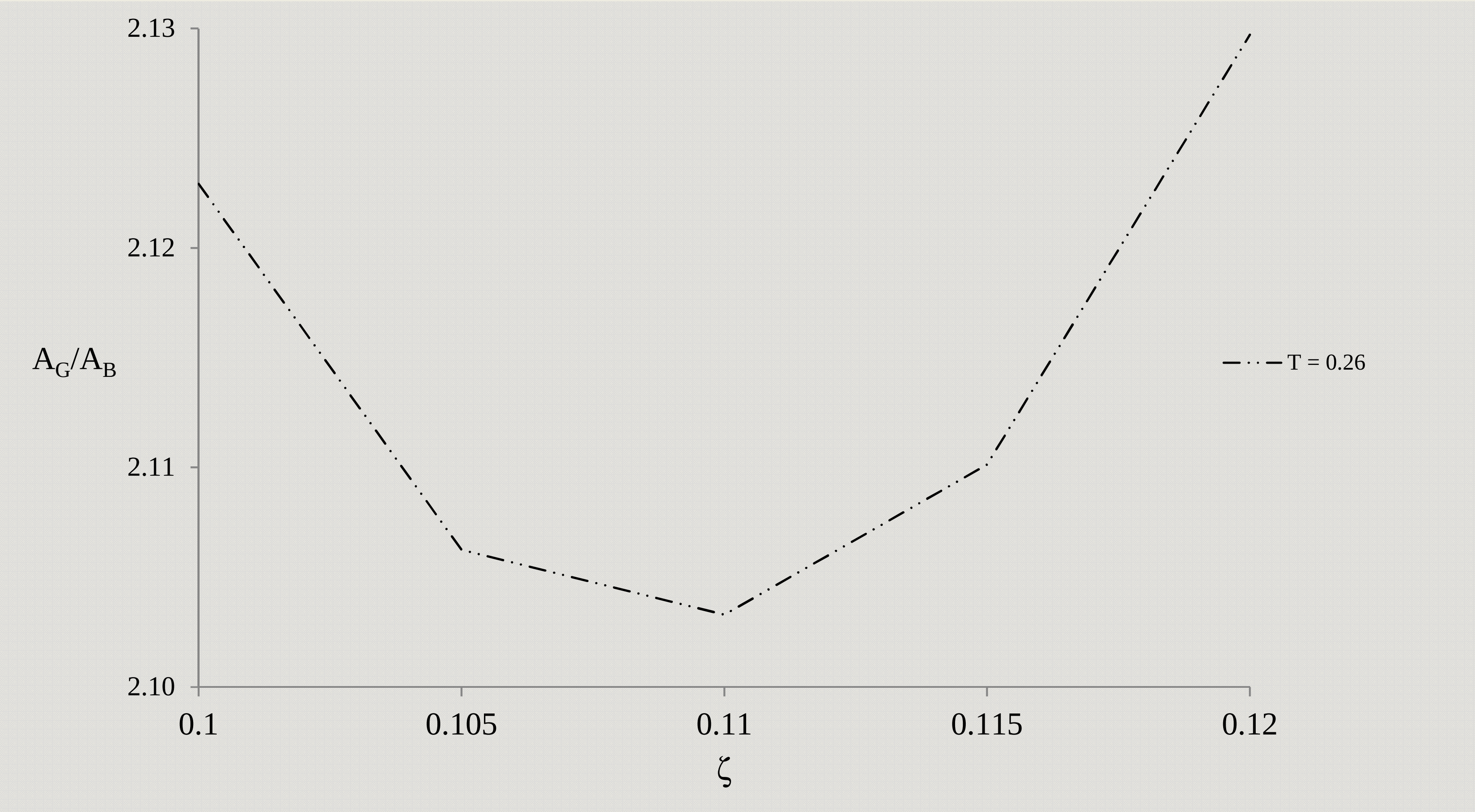
Esempio: le parabole sono state ricavate per un periodo proprio di oscillazione T = 0.26 e riverificate per valori di T = 0.25 e 0.27 sec



Fasi di calcolo

- d) si individua sull'asse delle ascisse di questo grafico l'intervallo di minimo compreso tra due valori consecutivi di ζ. Come si evince dalla figura precedente la parabola presenta questo intervallo tra $\zeta = 0.10$ e $\zeta = 0.12$
- e) si frammenta l'intervallo fino a spezzettarlo in sotto intervalli di poche unità decimali (per esempio 0.005)
- La ricerca del valore di minimo sull'asse delle ascisse avviene in questo nuovo sotto intervallo. Nell'esempio si ripeteno le fasi a) e b) anche per ζ pari a 0.105, 0.110, 0.115: il nuovo minimo individuato sull'asse delle ascisse rappresenta il coefficiente di smorzamento ζ dell'edifico

Andamento della parabola nell'intervallo compreso tra $\zeta = 0.10$ e $\zeta = 0.12$, con incremento pari a 0.005. Il minimo è individuato in corrispondenza di $\zeta = 0.110$: questo valore viene assunto come fattore di smorzamento "sperimentale" con un'approssimazione pari a 0.005.



Vantaggi rispetto al metodo della funzione di trasferimento in frequenza

- risposta e forzante possono essere registrate con diverse frequenze di campionamento (non necessariamente multiple)
- la stima di ζ può essere condotta fino alla approssimazione desiderata (basta scegliere l'ampiezza del sotto intervallo)
- alla laboriosità dei calcoli si può ovviare con procedure automatiche facilmente standardizzabili in codici di calcolo
- la conoscenza a priori di T_o non rappresenta un limite