

## LEZIONI N.8-9



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

Il progetto dei rilevati come opere in terra su terreni comprimibili, cos' come altre opere in generale, procede analizzando le massime sollecitazioni che il sistema geotecnico è in grado di sopportare senza rompersi, assumendo gli opportuni coefficienti di sicurezza in condizioni di esercizio dell'opera. Oltre ai problemi di stabilità in termini di rottura del sistema geotecnico si deve sempre valutare la stabilità del sistema in termini di spostamenti, deformazioni. Quest'ultima in alcuni casi rappresenta il problema più rilevante.

Analisi di stabilità {  
Rottura del sistema  
Deformabilità del sistema

Le condizioni di stabilità nei confronti della rottura del sistema (SLU) sono sempre indispensabili nella progettazione come peraltro impongono le normative.

La progettazione, tuttavia, è spesso regolata dallo «stato limite di esercizio» (SLE). Gli spostamenti devono essere contenuti entro limiti dettati dall'esercizio dell'opera, dai costi ed interventi di manutenzione, dalle condizioni di funzionalità richieste all'opera.



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

I problemi di **deformazione** sono rilevanti quanto quelli di **resistenza**

*«Una analisi rigorosa dovrebbe prevedere lo studio del sistema geotecnico in modo da poterne descrivere la risposta meccanica per ogni stato tensionale e deformativo in atto, fino al raggiungimento delle condizioni di collasso. Tale modo di procedere è spesso non facilmente percorribile soprattutto per la difficoltà di disporre, per i terreni, di modelli costitutivi e parametri di validità ed applicabilità generale. «*

(Berardi R. 2009)

Si è dunque costretti a ricorrere a semplificazioni per analizzare le deformazioni dei sistemi geotecnici con ottimi risultati soprattutto se si tratta di problemi e strutture semplici. Le **semplificazioni** consistono nell'assumere approcci basati su modelli semplificati che sono necessariamente affetti da imprecisioni e limiti che possono generare errori di valutazione che sono in genere tanto maggiori quanto il problema è complesso, ma che possono essere ridotti dalla **migliore stima possibile dei parametri geotecnici** del terreno.

Generalmente si studiano e di valutano **separatamente** i problemi di **deformabilità** e di **resistenza**

**Per opere di elevata complessità e di grande rilevanza ed importanza possono essere necessarie modellazioni del comportamento meccanico nel suo complesso**



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

DIFFICOLTA' CONNESSE CON IL CALCOLO DEI CEDIMENTI DEI TERRENI

### CEDIMENTI IN TERRENI COESIVI

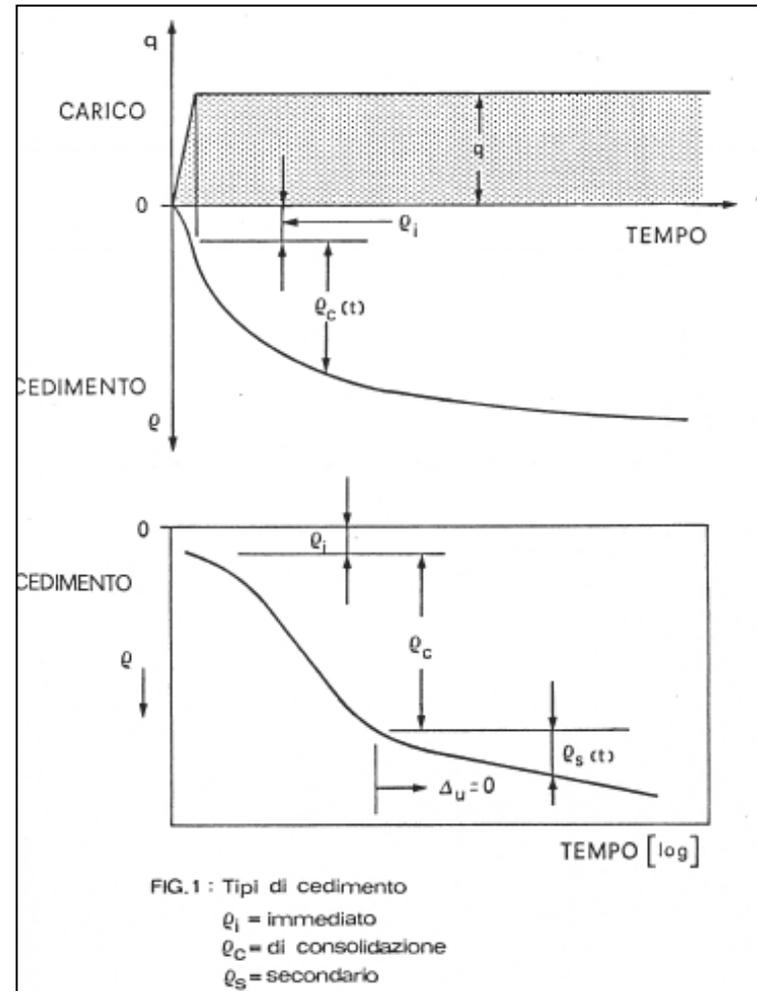
L'applicazione di un carico su un terreno trasmesso da un'area di dimensioni finite comporta necessariamente una deformazione che avviene secondo un certo processo.

#### 1. FASE DI CARICO

Nel terreno si generano sovrappressioni interstiziali  $\Delta u$  e, data la bassa permeabilità del terreno ( $k$ ) è lecito ritenere che nell'ambito delle usuali velocità di costruzione dei rilevato e, quindi, di applicazione del carico, ci si trovi in **condizioni non drenate e quindi il terreno si deforma a volume costante ed il cedimento che ne consegue è indicato come CEDIMENTO IMMEDIATO..**

#### 2. INSTAURAZIONE DEL DRENAGGIO: FASE TRANSITORIA

L'instaurarsi del drenaggio comporta il progressivo trasferimento del carico dalla fase fluida alla fase solida del terreno ed ulteriori cedimenti la cui velocità nel tempo dipende dalle condizioni di drenaggio. Il processo è noto come CONSOLIDAZIONE PRIMARIA e l'analisi relativa si esegue utilizzando modelli fisico-matematici della teoria della consolidazione (Terzaghi). Il cedimento è indicato come **CEDIMENTO DI CONSOLIDAZIONE**





## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

DIFFICOLTA' CONNESSE CON IL CALCOLO DEI CEDIMENTI DEI TERRENI

CEDIMENTI IN TERRENI COESIVI

L'applicazione di un carico su un terreno trasmesso da un'area di dimensioni finite comporta necessariamente una deformazione che avviene secondo un certo processo.

### 3. FASE SUCCESSIVA ALLA DISSIPAZIONE DELLE SOVRAPPRESSIONI INTERSTIZIALI

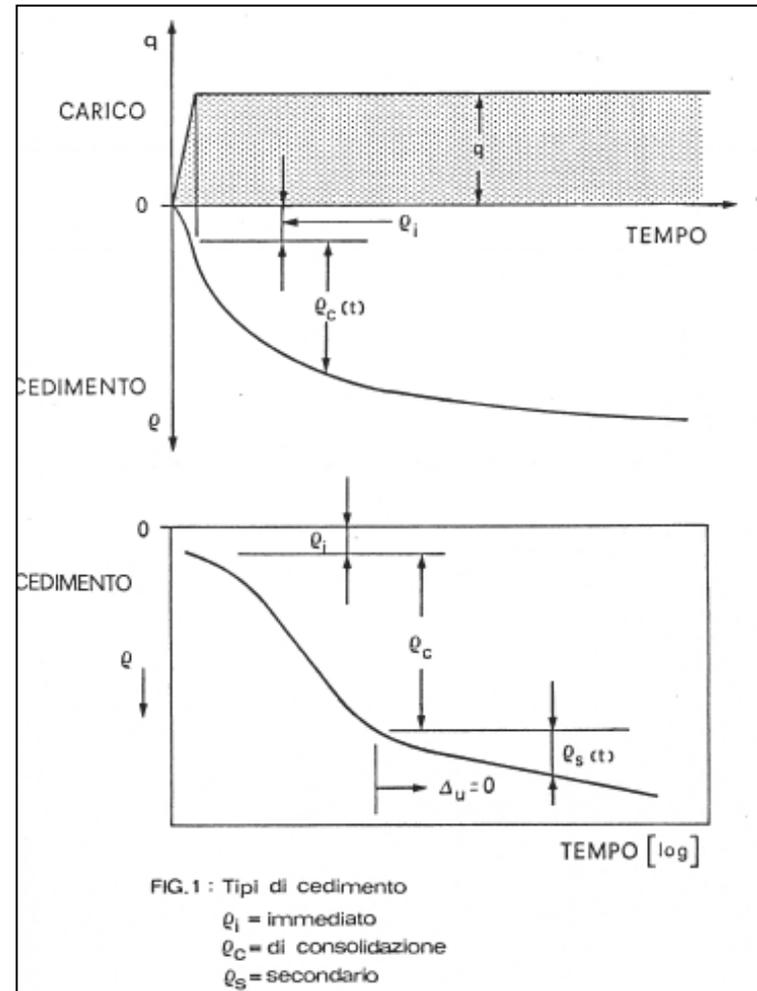
Quando le sovrappressioni interstiziali si sono dissipate ( $\Delta u=0$ ) continuano ad esserci dei cedimenti nel tempo dovuti a deformazioni viscose del terreno, in condizioni drenate. La componente è nota come **CEDIMENTO SECONDARIO**.

$$S_t = S_i + S_c + S_s$$

**Si**: di interesse pratico per terreni teneri di media ed elevata plasticità. (plasticizzazioni locali, def. viscose in condizioni non drenate)

**Sc**: rappresenta quasi sempre la componente dominante

**Ss**: decisamente significativo nei terreni organici e nel caso che quello primario avvenga rapidamente.





## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### DIFFICOLTA' CONNESSE CON IL CALCOLO DEI CEDIMENTI DEI TERRENI

La determinazione dei cedimenti dovuti alla deformazione dei terreni di fondazione costituisce una fase delicata ed importante nella progettazione di un sistema geotecnico comprensivo di sovrastruttura e terreno di fondazione.

- Variabilità delle caratteristiche di resistenza e di rigidità dei terreni
- La necessità di limitare i cedimenti a valori accettabili può determinare una difficoltà ed una maggiore importanza della analisi dei cedimenti rispetto alla analisi di stabilità SLU.

Data la difficoltà e le complicazioni derivanti dalla necessità di estrapolare i risultati che in genere sono basati su piccoli volumi di terreno o piccoli campioni (laboratorio) ad un ammasso non elastico, eterogeneo, anisotropo, occorre fare delle semplificazioni che fatalmente comportano limitazioni. Questo impone necessariamente una solida esperienza nella assunzione dei valori dei parametri geotecnici per non incorrere in errori che potrebbero essere anche grossolani con riflessi non positivi sui dimensionamenti e sulle verifiche del sistema.

I procedimenti da seguire per l'analisi del sistema geotecnico sono distinguibili tra:

**PROGEDIMENTO ESATTO** Approccio che, fatte le assunzioni di base sulle leggi costitutive e sulle condizioni al contorno, porta ad una risposta coerente nel rispetto delle leggi della meccanica. Può non essere affidabile.

**PROCEDIMENTO AFFIDABILE** Procedimento empirico che di per sé non può essere considerato esatto.



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI – DEFORMABILITA' DEI TERRENI

### Deformabilità dei terreni dipende:

**Tipo di terreno** (mineralogia, forma e dimensione dei grani, cementazione)

**Grado di addensamento** (indice dei vuoti, mutuo incastro delle particelle)

**Struttura** (mega, macro struttura, isotropa o anisotropa)

**Stato tensionale efficace** (confinamento, anisotropia indotta)

**Storia tensionale e deformativa** (OCR)

**Tipologia di carico e percorso tensionale** (velocità di carico, carico, scarico)

**Livello deformativo raggiunto** (la rigidezza diminuisce all'aumentare delle deformazioni)



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI – DEFORMABILITA' DEI TERRENI

### Calcolo dei cedimenti

Il calcolo dei cedimenti del terreno di fondazione di un'area di carico di dimensioni finite muove dai seguenti elementi, in ordine cronologico di studio:

- Conoscenza del tipo di sovrastruttura, delle sue caratteristiche geometriche e distributive, delle caratteristiche d'esercizio, vita utile.
- Conoscenza dei caratteri geologici, idrologici, idrogeologici del sito.
- Conoscenza del sottosuolo, caratteristiche litostratigrafiche e geotecniche, struttura, condizioni idrologiche.
- Conoscenza dello stato tensionale iniziale del sottosuolo
- Conoscenza dello stato tensionale indotto dal carico applicato al suolo
- Conoscenza dei parametri di rigidità da utilizzare per le diverse condizioni di costruzione ed alla fine di essa



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI – DEFORMABILITA' DEI TERRENI

### Calcolo dei cedimenti

Il calcolo dei cedimenti del terreno di fondazione di un'area di carico di dimensioni finite muove dai seguenti elementi, in ordine cronologico di studio:

- Conoscenza del tipo di sovrastruttura, delle sue caratteristiche geometriche e distributive, delle caratteristiche d'esercizio, vita utile.
  - Dimensioni planimetriche ed altimetriche
  - Conformazione e distribuzione geometrica
  - Funzioni ed esercizio
  - Carichi ed azioni esterne competenti alla sovrastruttura
  - Vita utile e sistema di manutenzione previsto
  - Presenza di opere d'arte inserite nel corpo del rilevato
  - Interferenze con altre opere preesistenti



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI – DEFORMABILITA' DEI TERRENI

### Calcolo dei cedimenti

Il calcolo dei cedimenti del terreno di fondazione di un'area di carico di dimensioni finite muove dai seguenti elementi, in ordine cronologico di studio:

- Conoscenza dei caratteri geologici , idrologici, idrogeologici del sito.
  - Geologia
  - Morfologia e propensione al dissesto dell'area in esame
  - Idrologia ed idrogeologia
  - Uso del suolo
  - Stabilità dell'area
  - Storia sismica e microzonazione sismica



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI – DEFORMABILITA' DEI TERRENI

### Calcolo dei cedimenti

Il calcolo dei cedimenti del terreno di fondazione di un'area di carico di dimensioni finite muove dai seguenti elementi, in ordine cronologico di studio:

- Conoscenza del sottosuolo, caratteristiche litostratigrafiche e geotecniche, struttura, condizioni idrologiche.
  - Indagini e prove in sito e di laboratorio
  - Modellazioni litotecnica e geotecnica del sottosuolo



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI – DEFORMABILITA' DEI TERRENI

### Calcolo dei cedimenti

Il calcolo dei cedimenti del terreno di fondazione di un'area di carico di dimensioni finite muove dai seguenti elementi, in ordine cronologico di studio:

- Conoscenza dello stato tensionale iniziale e di quello indotto nel sottosuolo
  - Applicazione dei metodi di analisi della diffusione dei carichi nel sottosuolo: legge elastica di Boussinesq
  - Individuazione della profondità del volume significativo



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI – DEFORMABILITA' DEI TERRENI

### Calcolo dei cedimenti

Il calcolo dei cedimenti del terreno di fondazione di un'area di carico di dimensioni finite muove dai seguenti elementi, in ordine cronologico di studio:

- Conoscenza dei parametri di rigidezza da utilizzare per le diverse condizioni di costruzione ed alla fine di essa
  - Analisi geotecnica determinazione dei parametri di rigidezza e moduli da applicare per il calcolo delle deformazioni degli strati di terreno e per il cedimento, compresi i tempi di sviluppo dei cedimenti stessi.



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI – DEFORMABILITA' DEI TERRENI

Calcolo dei cedimenti

# DETERMINAZIONE DEGLI STATI TENSIONALI INDOTTI DAI CARICHI NEL SOTTOSUOLO



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

Approccio semplificato per la modellazione della **deformabilità dei terreni** per calcolare i cedimenti e delle deformazioni indotte dalle sollecitazioni provocate dai carichi esterni.

Il terreno non è materiale di tipo elastico lineare. omogeneo, isotropo.

Tuttavia, per descrivere il comportamento deformativo del terreno si fa l'ipotesi che il terreno sia materiale a **comportamento elastico lineare** tra le componenti di sforzo e deformazione, nella relazione:

$$\varepsilon_{hk} = C_{hkij} \sigma_{ij} (*)$$

Allo stesso tempo il terreno è materiale non omogeneo ed anisotropo. Tuttavia si considera il terreno come mezzo omogeneo ed isotropo per il quale **le equazioni costitutive (\*)** diventano:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]; \quad \gamma_{yz} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{yz}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]; \quad \gamma_{xz} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xz}$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]; \quad \gamma_{xy} = \frac{2(1+\nu)}{E} \tau_{xy}$$

dove: **E** è modulo di deformazione Young:

**$\nu$**  è il coefficiente di contrazione trasversale Poisson



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

In alternativa rispetto alle equazioni di elasticità con il modulo di Young ed il coefficiente di Poisson si possono introdurre il modulo di elasticità tangenziale o **modulo di taglio G** ed il modulo di dilatazione cubica o **modulo di elasticità volumetrica K** legati alle costanti elastiche dalle relazioni:

$$G = \frac{\tau}{\gamma} = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

$$K = \frac{p}{\varepsilon_v} = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$

dove: **E** è modulo di deformazione Young

**$\nu$**  è il coefficiente di contrazione trasversale Poisson

-----  
Ipotesi: deformazione monodimensionale

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$$
$$\varepsilon_z \neq 0$$

si ottiene:

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{(1-\nu)} \sigma_z$$

$$M = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z} = E = \sigma_z \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$$

M Modulo di compressibilità monodimensionale (Modulo edometrico)



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

In queste condizioni di elasticità lineare, omogeneità ed isotropia la definizione del legame costitutivo tra tensione e deformazione è caratterizzato da due parametri indipendenti:  $E$ ,  $\nu$ .

In geotecnica si è più inclini ad utilizzare  $G$  e  $K$  in quanto rappresentano le condizioni tipiche di deformazione dei terreni. Per i terreni si hanno infatti componenti distorsionali e volumetriche associate a variazioni simultanee di tensioni normali e tangenziali.

Per un materiale elastico lineare isotropo la applicazione di una componente isotropa dello sforzo genera solo variazione di volume senza variazione di forma

La applicazione del deviatore coinvolge solo variazione di forma ma non di volume: ciò significa che le deformazioni distorsionali e volumetriche sono disaccoppiate.

Nei terreni si verifica frequentemente che l'accoppiamento di deformazione volumetrica e deviatorica.



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I TERRENI

Occorre tenere in conto le seguenti situazioni:

1. Presenza di fluido interstiziale (condizioni drenate e condizioni non drenate)  $\longrightarrow$  (tensioni efficaci, tensioni totali)
2. Determinazione sperimentale dei valori dei parametri
3. Non linearità del comportamento e, quindi, dipendenza dei parametri elastici dai livelli di sollecitazione e deformazione

### CONDIZIONI NON DRENATE

Analisi in termini di tensioni totali

Le deformazioni volumetriche sono nulle

Si considera il terreno saturo

Si considerano il fluido contenuto ed i grani dello scheletro solido indeformabili

Il modulo di elasticità volumetrica  $K_u \longrightarrow \infty$

Il coefficiente di Poisson:  $\nu = 0,5$  (si assume 0,499 per evitare indeterminazioni nelle analisi numeriche)



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I TERRENI

Occorre tenere in conto le seguenti situazioni:

1. Presenza di fluido interstiziale (condizioni drenate e condizioni non drenate) → (tensioni efficaci, tensioni totali)
2. Determinazione sperimentale dei valori dei parametri
3. Non linearità del comportamento e, quindi, dipendenza dei parametri elastici dai livelli di sollecitazione e deformazione

### CONDIZIONI DRENATE

Analisi in termini di tensioni efficaci

Le deformazioni volumetriche non sono nulle

Si considera il terreno aperto idraulicamente

Si considerano i grani dello scheletro solido indeformabili

Il coefficiente di Poisson:  $\nu$  = in genere, in queste condizioni il valore del coeff. di Poisson  $\nu'$  varia da 0,1 a 0,4

Il modulo di taglio  $G$  è lo stesso nelle condizioni drenate e non drenate.

$$G_U = G' = \frac{E_U}{2(1+\nu_U)} = \frac{E'}{2(1+\nu')}$$

Da cui, per  $\nu=0,5$

$$E_U = \frac{3 E'}{2(1+\nu')}$$

| Type of soil | Poisson's ratio, $\mu$ |
|--------------|------------------------|
| Loose sand   | 0.2–0.4                |
| Medium sand  | 0.25–0.4               |
| Dense sand   | 0.3–0.45               |
| Silty sand   | 0.2–0.4                |
| Soft clay    | 0.15–0.25              |
| Medium clay  | 0.2–0.5                |



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I TERRENI

La determinazione dei valori dei moduli di deformazione è assai complessa, difficile.

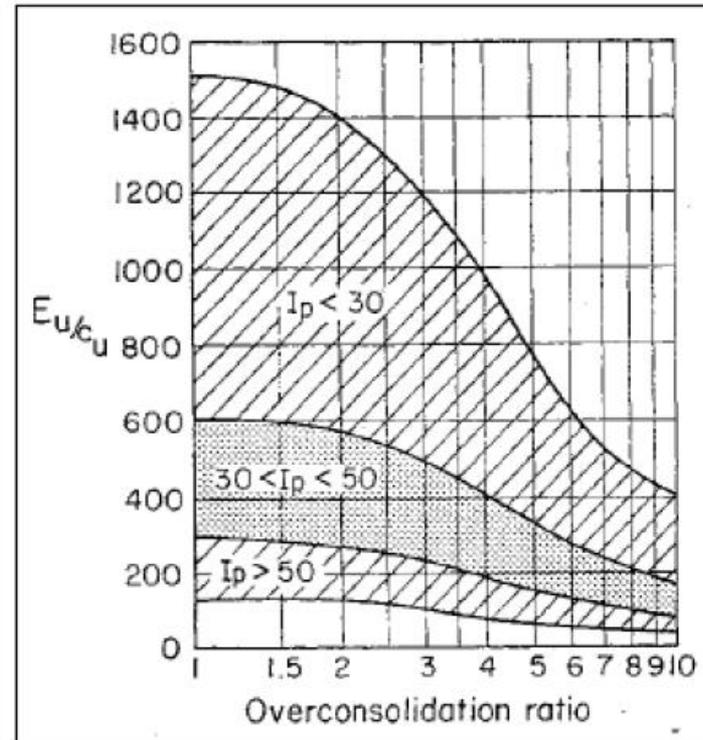
Essi dipendono da molti fattori oltre alla permeabilità, allo stato tensionale, alle condizioni di confinamento ecc...

E' estremamente importante che si cerchi di rappresentare il più possibile le condizioni del terreno in esame con prove sperimentali in campo ed i laboratorio

I risultati delle prove devono essere interpretati facendo uso dell'esperienza e della sensibilità progettuale nella elaborazione ed assunzione dei valori di progetto

Sono sempre utili anche se non assumibili a prescindere, i riferimenti che si possono trarre dalla letteratura alimentata da prove ed elaborazioni condotte da AAVV.

|                                     | $E'$ (MN/m <sup>2</sup> ) | $E_u$ (MN/m <sup>2</sup> ) | $M$ (MN/m <sup>2</sup> ) |
|-------------------------------------|---------------------------|----------------------------|--------------------------|
| Sabbie sciolte                      | 10+20                     |                            |                          |
| Sabbie mediamente addensate         | 20+50                     |                            |                          |
| Sabbie dense                        | 50+100                    |                            |                          |
| Argille tenere organiche            |                           |                            | 0.5+2.0                  |
| Argille NC poco consistenti         | 1.5+4.0                   |                            | 1.0+3.0                  |
| Argille consistenti, leggermente OC | 4.0+8.0                   |                            | 3.0+10                   |
| Argille OC consistenti              | 8.0+20                    |                            | 10+20                    |



valore empirico del modulo di young (Duncan e Buchigani (1976))



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

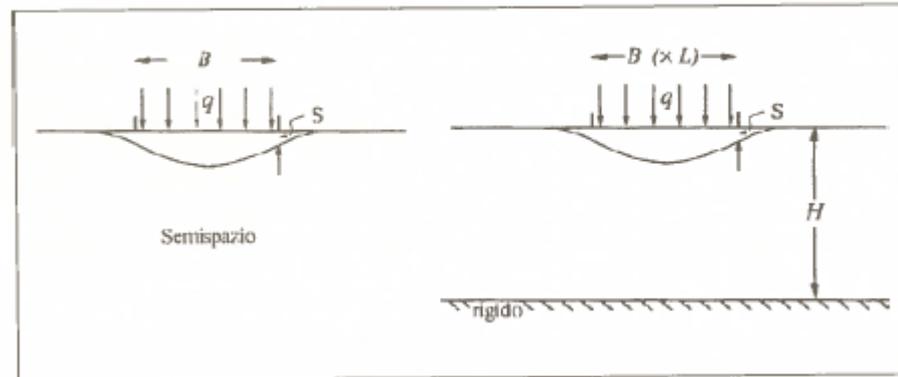
APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I TERRENI

TENSIONI INDOTTE NEL TERRENO PER LA VALUTAZIONE DEI CEDIMENTI

Considerare il terreno come mezzo elastico lineare, omogeneo ed isotropo consente di valutare gli stati tensionali indotti nel sottosuolo una volta conosciuto il valore della pressione applicata al suolo ed applicando le equazioni costitutive.

Per esempio il cedimento di un'area di carico conformata a nastro di lunghezza infinita e larghezza «B», con una pressione «q» sul suolo di uno strato infinito o finito come nell'esempio tratto dal testo di Berardi 2009 «Fondamenti di geotecnica», si può scrivere la relazione tratta dalle equazioni costitutive:

$$s = \int_0^H \varepsilon_z dz = \int_0^H \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] dz$$



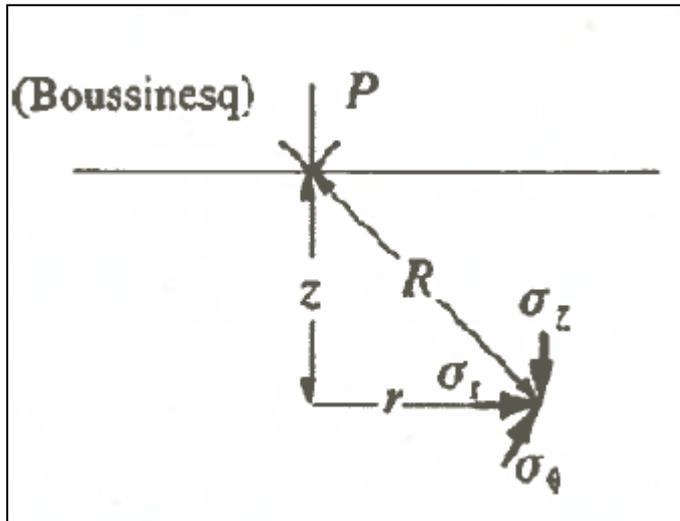


## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I TERRENI

TENSIONI INDOTTE NEL TERRENO PER LA VALUTAZIONE DEI CEDIMENTI

La determinazione delle tensioni indotte nel sottosuolo dal carico applicato in superficie , con le assunzioni di elasticità, omogeneità ed isotropia per il terreno, ha come base di riferimento il calcolo dello stato tensionale indotto nel sottosuolo da una forza concentrata puntiforme «P» : SOLUZIONE GENERALE DI BOUSSINESQ (1885) . Le equazioni in coordinate cilindriche sono di seguito riportate.



$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \frac{z^3}{R^5}$$

Indipendente dalle proprietà elastiche del terreno

$$\sigma_r = \frac{P}{2\pi} \left[ \frac{3zr^2}{R^5} - \frac{1-2\nu}{R(R+z)} \right]$$
$$\sigma_\theta = \frac{P}{2\pi} (1-2\nu) \left[ \frac{1}{R(R+z)} - \frac{z}{R^3} \right]$$

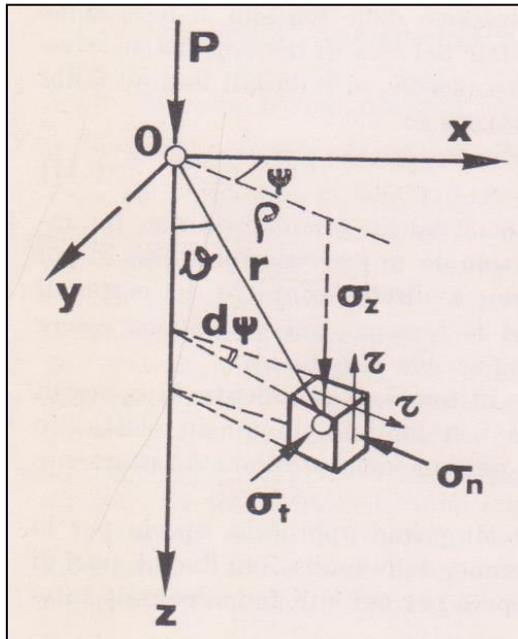


## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I TERRENI

TENSIONI INDOTTE NEL TERRENO PER LA VALUTAZIONE DEI CEDIMENTI

### BOUSSINESQ MITCHELL: Carico puntuale concentrato P



Si assume un sistema di coordinate polari  $r, \theta$  o cilindriche,  $\rho, z, \psi$ . Essendo  $\cos\theta=z/r$  e  $\sin\theta=\rho/r$  risulta:

$$\sigma_z = \sigma_v = \frac{3P}{2\pi r^2} \cos^3 \vartheta = \frac{3P}{2\pi z^2} \cos^5 \vartheta = \frac{3P}{2\pi z^2} \left[ \frac{1}{1 + (\rho/z)^2} \right]^{5/2} = \frac{P}{z^2} I_\sigma$$

$$\sigma_r = \sigma_\rho = \frac{3P}{2\pi r^2} \left[ \cos \vartheta \sin^2 \vartheta - \frac{1 - 2\nu}{3(1 + \cos \vartheta)} \right]$$

$$\sigma_t = \sigma_\theta = \frac{P}{2\pi r^2} \left[ (1 - 2\nu) \left( \cos \vartheta - \frac{1}{1 + \cos \vartheta} \right) \right]$$

$$\tau_{rz} = \tau_{zr} = \frac{3P}{2\pi r^2} \sin \vartheta \cos^2 \vartheta = \sigma_z \operatorname{tg} \vartheta$$

$I_\sigma$  è un coefficiente di influenza che dipende dalle caratteristiche geometriche del problema. Si noti che nelle formule non compare il valore del modulo di deformazione  $E$  e dal coefficiente di Poisson  $\nu$



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I TERRENI TENSIONI INDOTTE NEL TERRENO PER LA VALUTAZIONE DEI CEDIMENTI

Operando nell'ambito dell'elasticità lineare è possibile sfruttare il principio della sovrapposizione degli effetti e questo consente di estendere la soluzione di Boussinesq per determinare le tensioni indotte nel sottosuolo da aree di carico con forme diverse. Le equazioni seguenti si riferiscono ad un'area di carico circolare priva di rigidità, di diametro  $B=2r$  che scarica la pressione «q» al suolo.

$$\sigma_z = q \left\{ 1 - \left[ 1 + \left( \frac{r}{z} \right)^2 \right]^{-3/2} \right\}$$

$$\sigma_r = \sigma_\theta = \frac{q}{2} \left[ (1 - 2\nu) - 2(1 + \nu) \left( \frac{z}{R} \right) + \left( \frac{z}{R} \right)^3 \right]$$

e il cedimento massimo sotto il centro (per  $z=0$ ) vale:

$$w_c^{z=0} = s_c = \frac{q \cdot B}{E} (1 - \nu^2)$$

Quindi , generalizzando si può assumere che la tensione verticale indotta in un punto è funzione del carico applicato «q» e della geometria dell'area di carico.

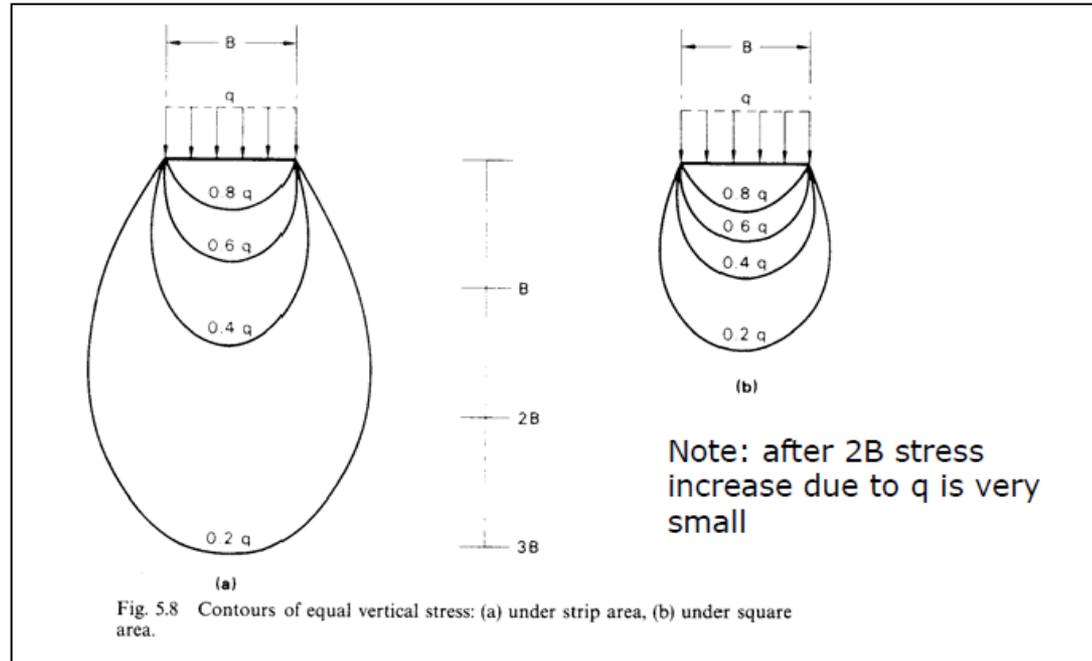
$$\frac{\sigma_z}{q} = f(r, z, B)$$

Questo si esplica nella costruzione di famiglie di superfici denominate Bulbi di tensione, luogo dei punti di eguale tensioni verticali indotte.



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I TERRENI  
TENSIONI INDOTTE NEL TERRENO PER LA VALUTAZIONE DEI CEDIMENTI



Quindi , generalizzando si può assumere che la tensione verticale indotta in un punto è funzione del carico applicato «q» e della geometria dell'area di carico.

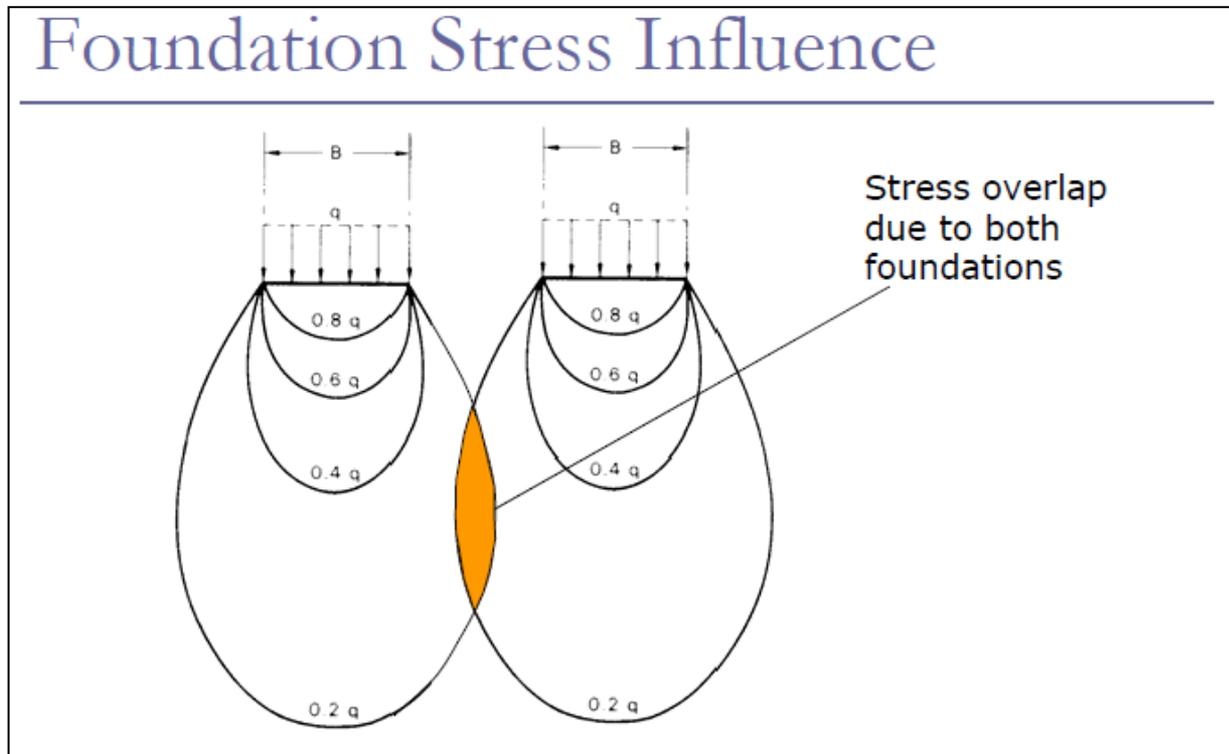
$$\frac{\sigma_z}{q} = f(r, z, B)$$

Questo si esplica nella costruzione di famiglie di superfici denominate Bulbi di tensione, luogo dei punti di eguale tensioni verticali indotte.



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I TERRENI  
TENSIONI INDOTTE NEL TERRENO PER LA VALUTAZIONE DEI CEDIMENTI





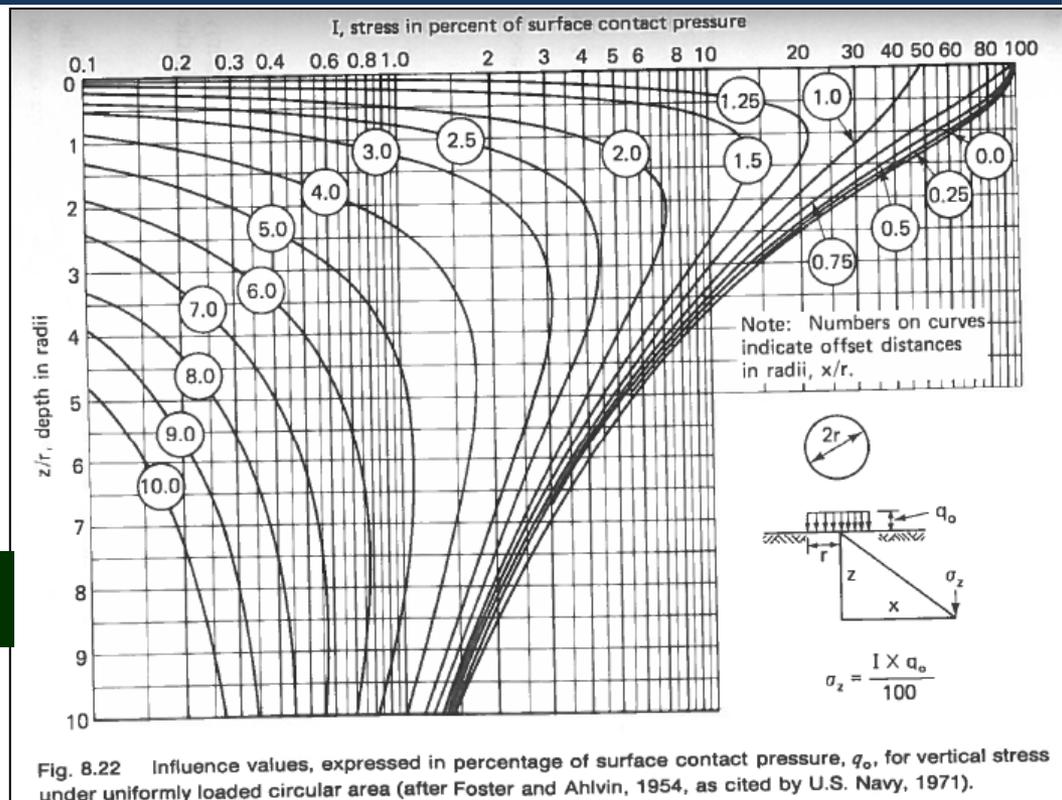
## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I TERRENI TENSIONI INDOTTE NEL TERRENO PER LA VALUTAZIONE DEI CEDIMENTI

Nel grafico a fianco il diagramma di Ahlvin e Foster (1954), utile per la determinazione di  $\sigma_z$  in diversi punti sotto il carico circolare privo di rigidità. E' introdotto il fattore «I» diagrammato nel grafico.

I valori dei coefficienti sono riportati nei relativi diagrammi.

Vedere anche Lancellotta R., (2004)  
«Geotecnica» ed. Zanichelli





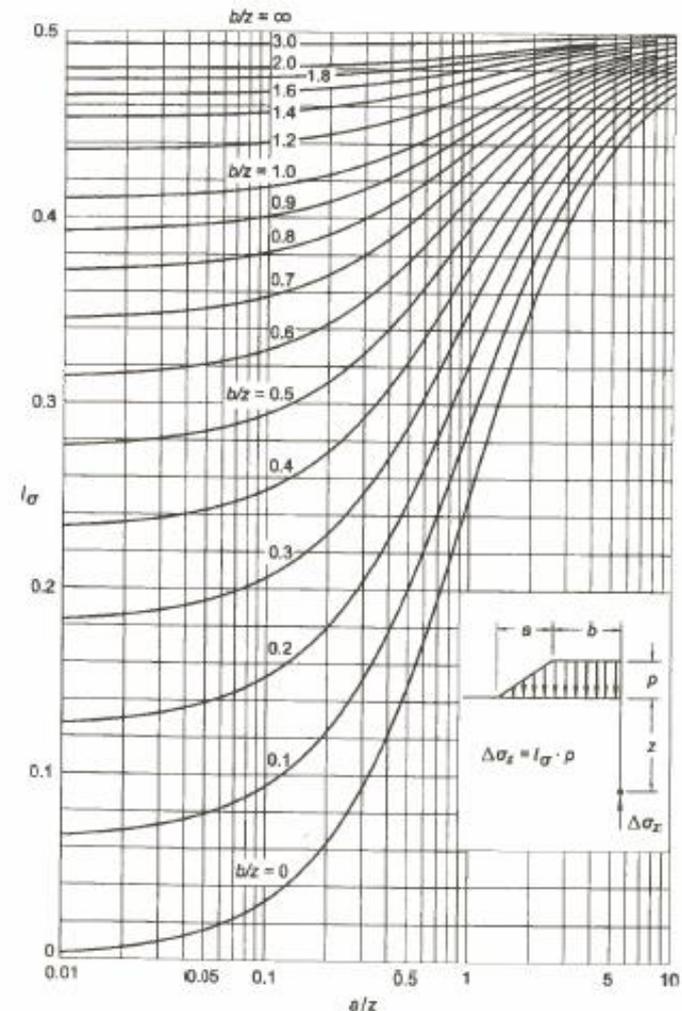
## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I  
TERRENI  
TENSIONI INDOTTE NEL TERRENO PER LA  
VALUTAZIONE DEI CEDIMENTI

Nel grafico a fianco il diagramma per il calcolo della tensione  
verticale indotta dal carico superficiale costituito da un semi  
rilevato infinitamente esteso .

Diversi grafici con aree di carico prive di rigidità e con  
rigidità diversa da zero si trovano in diversi testi di  
geotecnica: Cestelli Guidi, Lancellotta, Holtz-Kovacs, Nova.

Vedere Lancellotta R., (2004) «Geotecnica» ed. Zanichelli  
grafici  
Foster e Ahlvin (1954)  
Lambe Witman (1969)  
Newmark (1942)  
Terzaghi (1943)  
Tsytoich (1976)  
Steinbrenner (1934)  
Jelinek





## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I TERRENI

Cedimento per una fondazione di larghezza  $B$  ed un terreno di modulo  $E$  e coefficiente  $\nu$ :

$$s = \frac{q \cdot B}{E} (1 - \nu^2) I_s$$

$I_s$  Coefficiente di influenza che dipende da geometria, rigidità della fondazione e spessore del terreno



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

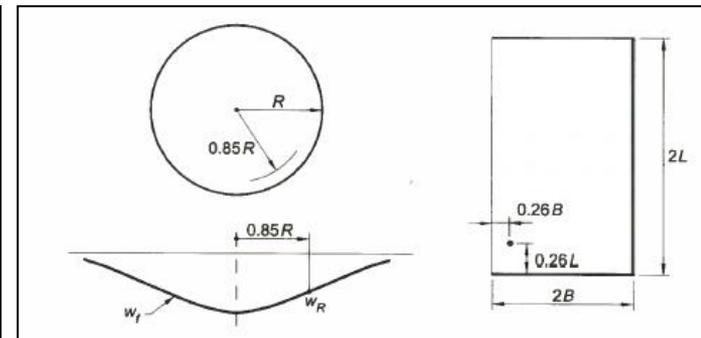
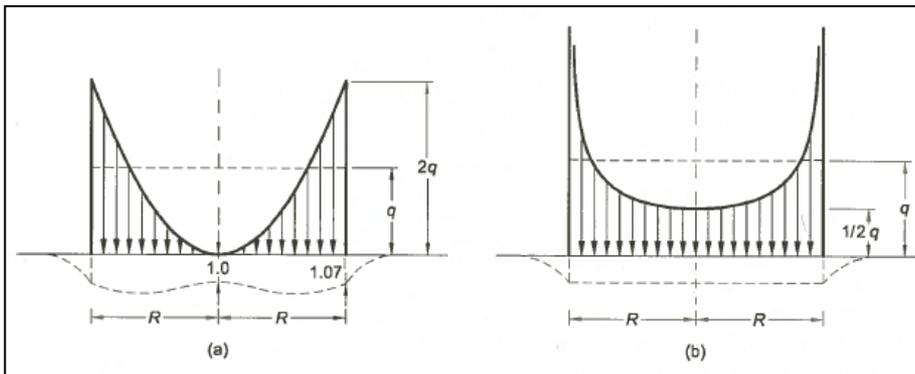
### APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I TERRENI

#### Fondazioni rigide

Se la fondazione che carica il suolo su un'are di carico definita è rigida i valori dei cedimenti sono generalmente inferiori a quelli che a parità di carico si registrano per la stessa fondazione priva di rigidità.

Se la **fondazione è rigida**, la condizione imposta al contorno è quella di **cedimento uniforme**, mentre nel caso di fondazione priva di rigidità si registra un andamento disuniforme del cedimento.

Si definisce un **punto caratteristico** in cui il cedimento è uguale a quello della fondazione rigida.



da Lancellotta (2004)



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### APPLICABILITA' DEI PARAMETRI ELASTICI PER I TERRENI

Il punto caratteristico per l'area di carico rettangolare:

$$0,577 \cdot (a/2)$$

$$0,577 \cdot (b/2)$$

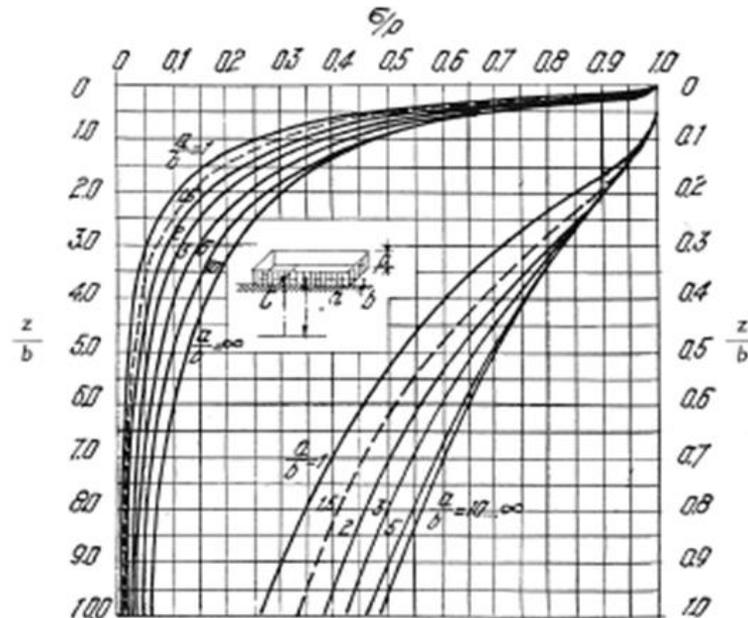


Fig. 6.34 - Grafico di Jelinek per la determinazione delle pressioni verticali nel sottosuolo, sulla verticale di un punto caratteristico, prodotte da una superficie di carico infinitamente rigida.



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

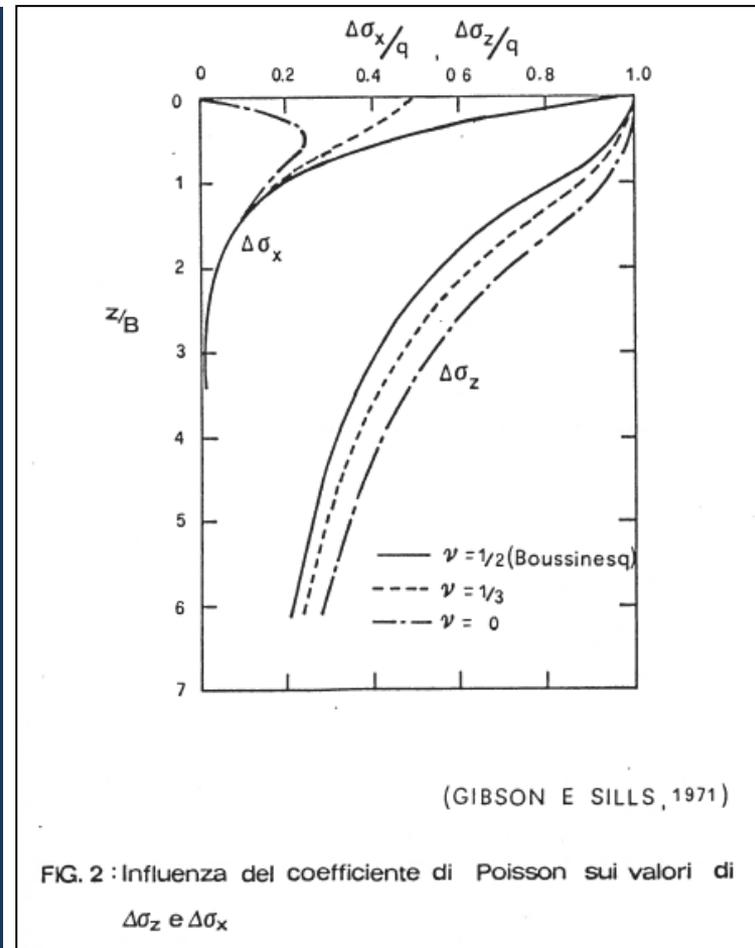
### LIMITI DELL'APPROCCIO ELASTICO LINEARE AL TERRENO

1. Determinazione dello stato di sforzo prodotto nel semispazio dai carichi applicati in superficie
2. Scelta dei parametri di deformabilità

Per il primo aspetto (1) le sperimentazioni e le numerose analisi condotte hanno mostrato come la tensione verticale sia praticamente indipendente dalla non linearità, dalla eterogeneità del terreno e dall'anisotropia per cui la soluzione di **Boussinesq** risulta attendibile ai fini pratici. **Tutto questo per la tensione verticale.**

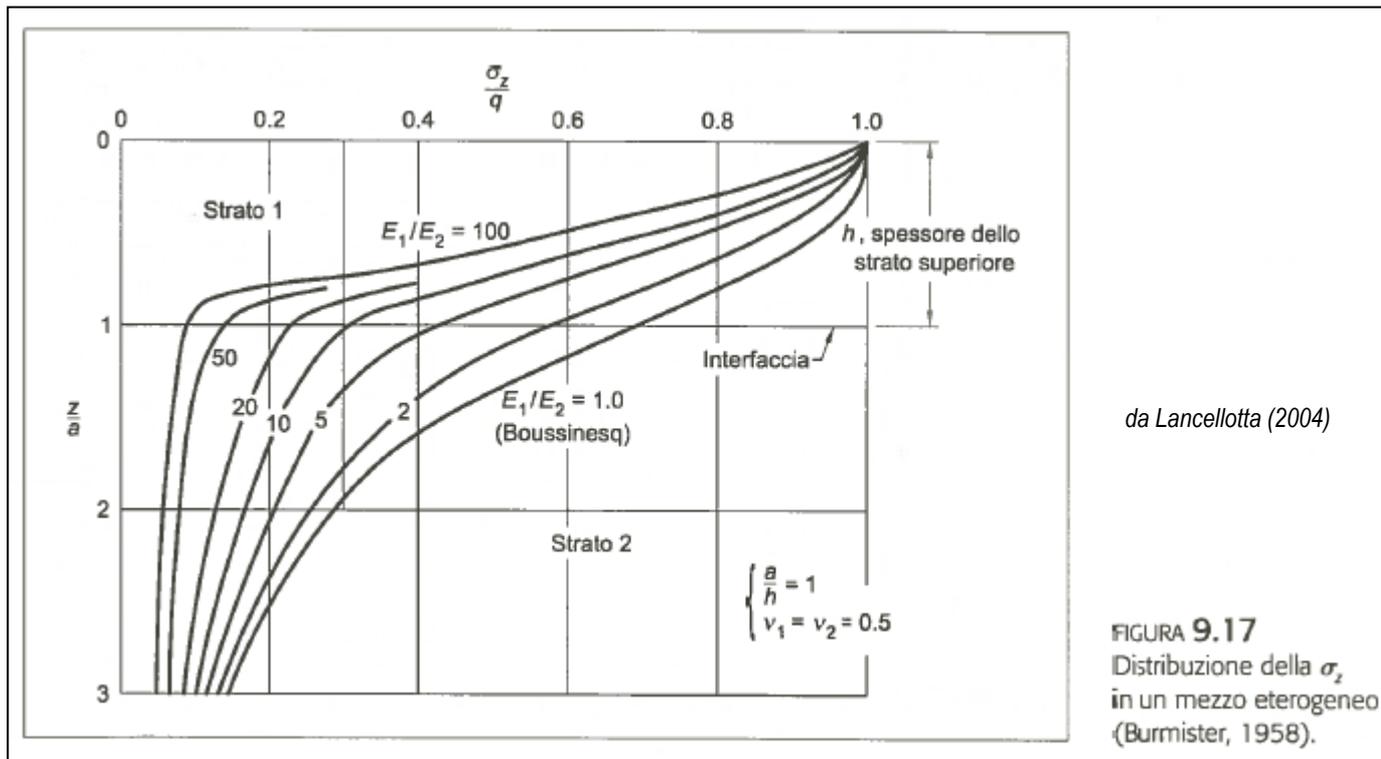
**Non così per le altre componenti di tensione che invece sono influenzate dai fattori di non linearità, eterogeneità.**

Deve anche essere considerata la stratificazione del sottosuolo: questa può avere influenza sulla diffusione del carico nel sottosuolo. Se ad esempio lo strato superiore è molto più rigido dello strato inferiore la riduzione della tensione verticale è maggiore di quella determinata con la soluzione di Boussinesq (ved. Grafico seguente).





## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

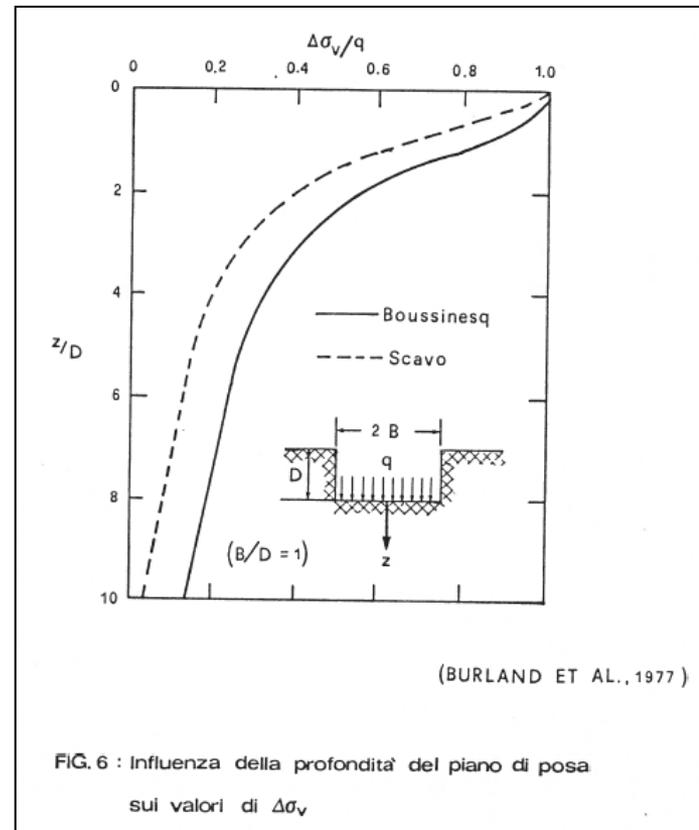
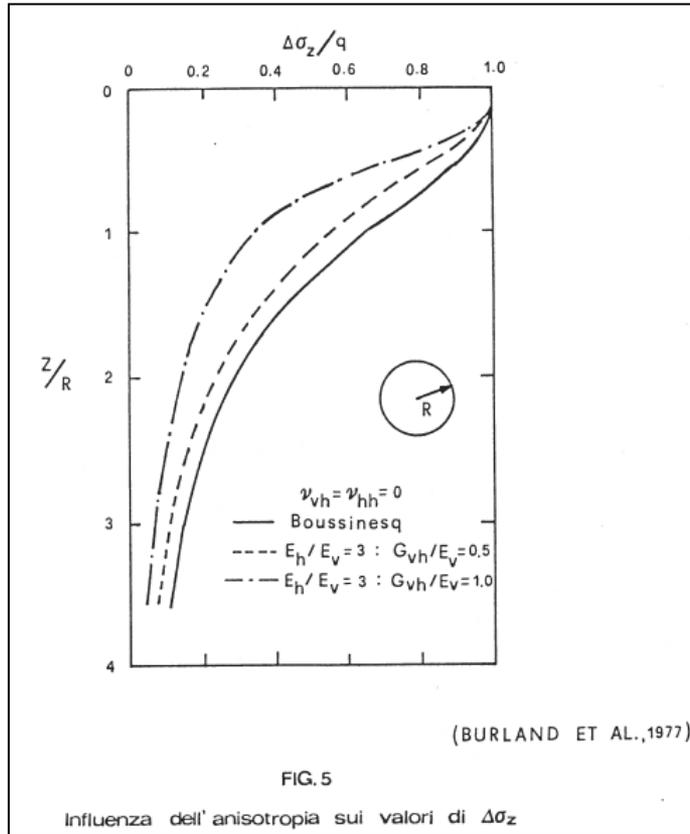


da Lancellotta (2004)

FIGURA 9.17  
Distribuzione della  $\sigma_z$   
in un mezzo eterogeneo  
(Burmister, 1958).

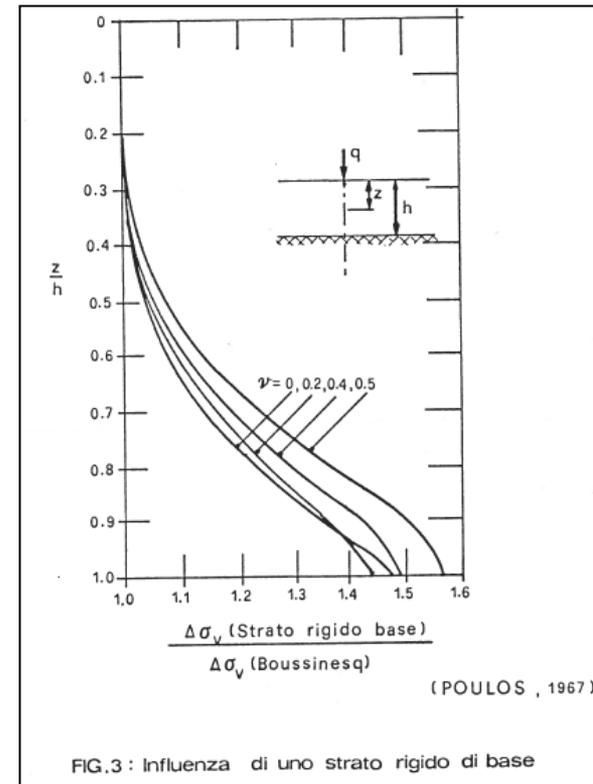
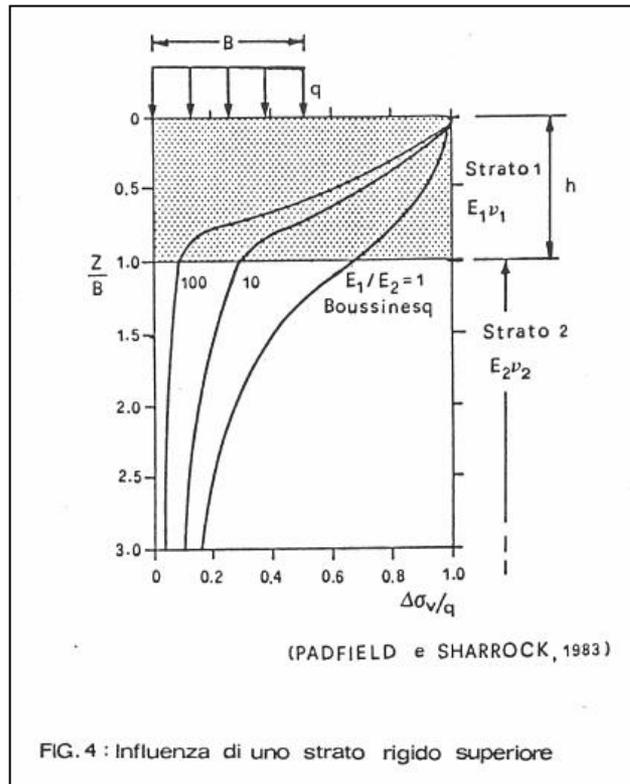


## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI





## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI





## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI – DEFORMABILITA' DEI TERRENI

Calcolo dei cedimenti

### SCELTA DEI PARAMETRI DI DEFORMABILITA'



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### LIMITI DELL'APPROCCIO ELASTICO LINEARE AL TERRENO

#### 2. Scelta dei parametri di deformabilità

Da una generica curva sforzi – deformazioni di un elemento di terreno (prove triassiali) si evidenzia come gli effetti della non linearità siano già presenti alle prime fasi di carico.

E' necessario, quindi, tenere conto che la rigidità del terreno varia al variare della deformazione

Modulo di Young secante:  $E_s = \frac{\sigma}{\varepsilon}$

Modulo di Young tangente:  $E_t = \frac{d\sigma}{d\varepsilon}$

Modulo di taglio secante:  $G_s = \frac{\tau}{\gamma}$

Modulo di taglio tangente:  $G_t = \frac{d\tau}{d\gamma}$

**Rigidità secante:** relativa al livello di deformazione raggiunto in corrispondenza di un determinato livello tensionale.

**Rigidità tangente:** gradiente della curva sforzi-deformazioni  
In quel punto

Sforzo deviatorico

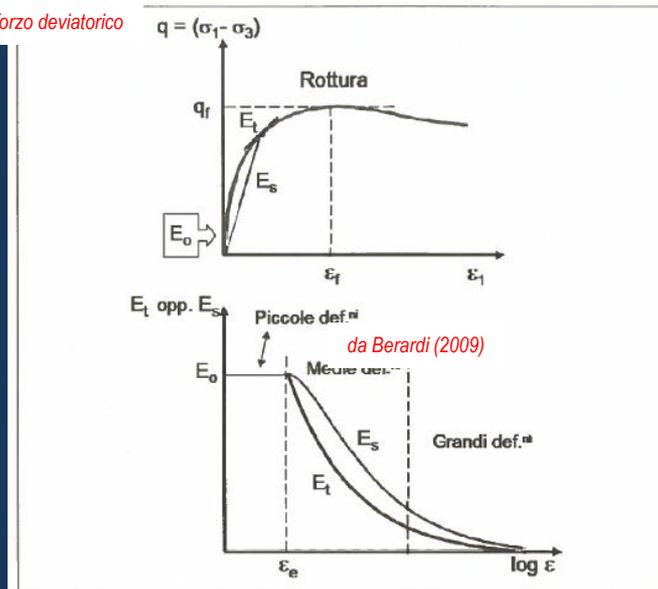


Fig. 5.50 Rigidità e non linearità al variare del livello deformativo



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### LIMITI DELL'APPROCCIO ELASTICO LINEARE AL TERRENO

#### 2. Scelta dei parametri di deformabilità

Nota: Le considerazioni seguenti sono valide, riferite alla figura precedente, sia per il modulo di Young «E» che per il modulo di taglio «G» e per questo si indica nel seguito il termine **rigidezza**

**Eo, Go :** **Moduli iniziali** si mantengono costanti per deformazioni inferiori al **valore di soglia**. In questa condizione la rigidezza secante e tangente coincidono e sono pari a quella iniziale: **il comportamento può essere considerato lineare.**

$$E_o = E_s = E_t; \quad G_o = G_s = G_t$$

La deformazione di soglia è variabile da caso a caso. Generalmente varia nell'intervallo  $10^{-4} \% \div 10^{-3} \%$

**Es, Et, Gs, Gt :** All'aumentare delle deformazioni la rigidezza tangente e secante differiscono tra loro.

**Rigidezza tangente < Rigidezza secante**

**Es, Gs :** **Il modulo secante decresce monotonicamente dal valore iniziale fino a zero per deformazioni teoricamente infinite.**

**Et, Gt :** **Il modulo tangente si annulla al picco e diventa negativo dopo di esso nel caso di comportamento rammollente (perde significato)**



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### LIMITI DELL'APPROCCIO ELASTICO LINEARE AL TERRENO

#### 2. Scelta dei parametri di deformabilità

Nota: Le considerazioni seguenti sono valide, riferite alla figura precedente, sia per il modulo di Young «E» che per il modulo di taglio «G» e per questo si indica nel seguito il termine **rigidezza**

**Si individuano generalmente tre intervalli di deformazione**

**Piccole deformazioni** <  $10^{-4}$  % ÷  $10^{-3}$  % comportamento lineare

**Medie deformazioni** < 1 % marcata non linearità

**Grandi deformazioni** prossimo alla rottura

La progettazione in campo geotecnico si confronta con condizioni di **medie deformazioni** e quindi in campo marcatamente non lineare e per questo la assunzione dei valori di rigidezza assume una importanza altissima ed una attività progettuale molto delicata

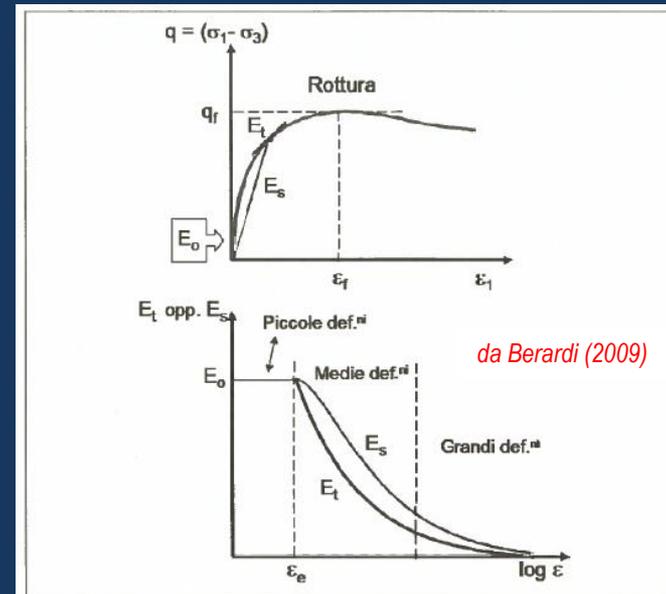


Fig. 5.50 Rigidezza e non linearità al variare del livello deformativo



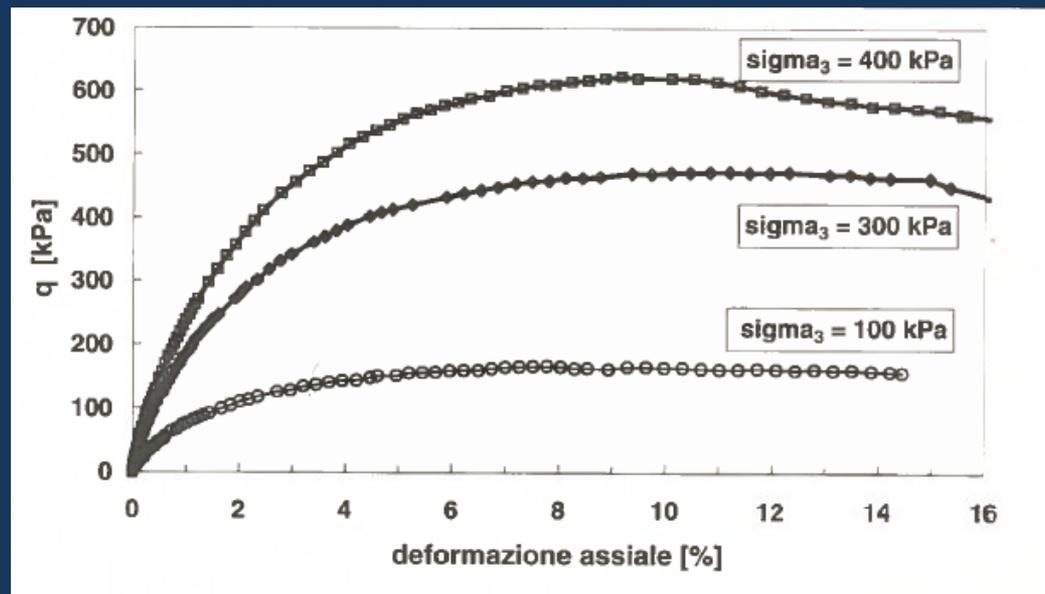
## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### LIMITI DELL'APPROCCIO ELASTICO LINEARE AL TERRENO

#### 2. Scelta dei parametri di deformabilità

Nota: Le considerazioni seguenti sono valide, riferite alla figura precedente, sia per il modulo di Young «E» che per il modulo di taglio «G» e per questo si indica nel seguito il termine **rigidezza**

#### LA RESISTENZA E LA DEFORMABILITA' DEL TERRENO DIPENDONO DALLA TENSIONE MEDIA APPLICATA



da Berardi (2009)



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### LIMITI DELL'APPROCCIO ELASTICO LINEARE AL TERRENO

#### 2. Scelta dei parametri di deformabilità

Nota: Le considerazioni seguenti sono valide, riferite alla figura precedente, sia per il modulo di Young «E» che per il modulo di taglio «G» e per questo si indica nel seguito il termine **rigidezza**

#### **LA RESISTENZA E LA DEFORMABILITA' DEL TERRENO DIPENDONO DALLA TENSIONE MEDIA APPLICATA**

La figura mostra il diagramma con ascissa la deformazione assiale [%] e ordinata la tensione deviatorica in MPa  
La prova triassiale è realizzata su tre provini, ciascuno con pressioni di confinamento diverse.

**Le rigidezze sono differenti ed aumentano all'aumentare della tensione media iniziale**

#### **ANCHE LA RIGIDEZZA DIPENDE DALLO STATO INIZIALE DEL TERRENO**

**I MODI D DEFORMAZIONE NON SONO DELLE COSTANTI DEL MATERIALE DIENDEDO DAL SUO STATO INIZIALE E DA QUELLO CORRENTE**



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### LIMITI DELL'APPROCCIO ELASTICO LINEARE AL TERRENO

#### 2. Scelta dei parametri di deformabilità

#### LA RIGIDEZZA DI UN TERRENO DIPENDE:

- . STATO INIZIALE
- . DALLO STATO CORRENTE

RIGIDEZZA INIZIALE « $E_o$ » oppure « $G_o$ » :  $\longrightarrow$  RELAZIONE DI JANBU (1963)

$$\frac{E'_o}{p_a} = k_E \cdot F(e) \cdot \left(\frac{p'}{p_a}\right)^n$$

$\longrightarrow$  Valori da 0,5 a 1  
 $\longrightarrow$  Talora di assume  $\sigma'_v$

$k_E$  ,  $n$  : adimensionali dipendono dalla natura del terreno.

$F(e)$  : funzione dell'indice dei vuoti (si riduce esponenzialmente con l'aumento dell'indice dei vuoti)

$$F(e) = \frac{(2,17-e)^2}{1+e} \quad (\text{Jardin e Richard, 1963})$$

$$\frac{G_o}{p_a} = A \cdot \left(\frac{p'}{p_a}\right)^n \cdot OCR^m \quad (\text{Viggiani, 1992) per terre a grana fine}$$

Valori da 0,2 a 0,3 all'aumentare di PI

Valori da 0,1 a 1 all'aumentare di PI



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### LIMITI DELL'APPROCCIO ELASTICO LINEARE AL TERRENO

#### 2. Scelta dei parametri di deformabilità

**LA RIGIDEZZA DI UN TERRENO DIPENDE DALLO STATO TENSIONALE EFFICACE INIZIALE  $p'$  [kPa]**

**LA RIGIDEZZA DI UN DEPOSITO DI TERRENO AUMENTA ALL'AUMENTARE DELLA PROFONDITA'**

Il gradiente di aumento dipende: dalla natura del terreno  
dalla storia tensionale

|                           |  |
|---------------------------|--|
| Argille NC: .....         | gradiente quasi lineare : $n \approx 1$  |
| Sabbie: .....             | gradiente non lineare: $n \approx 0,5$   |
| Argille omogenee OC:..... | rigidezza pressoché costante con la profondità, funzione della tensione efficace e del rapporto di precompressione |



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

### LIMITI DELL'APPROCCIO ELASTICO LINEARE AL TERRENO

#### 2. Scelta dei parametri di deformabilità

#### **ANALISI DELLA DEFORMABILITA' DELLE TERRE ALLE PICCOLE DEFORMAZIONI**

- Diversi Autori e Ricercatori hanno lavorato in questo campo della geotecnica
- Esistono correlazioni che forniscono i parametri per calcolare i moduli iniziali per diversi tipi di terreno tuttavia è opportuno, per lo specifico materiale determinare la rigidità sperimentalmente.
- La valutazione sperimentale si conduce in laboratorio con prove molto sofisticate.
- In alternativa è preferibile utilizzare prove in sito che sfruttano la propagazione delle **onde sismiche di volume (compressione o taglio)**. La rigidità si ottiene essendo essa proporzionale alla densità del mezzo ed al quadrato della velocità di propagazione dell'onda sismica.

$$G_0 = \frac{\gamma}{g} \cdot V_s^2$$

- **La conoscenza del valore del modulo iniziale e della legge di riduzione della rigidità con la deformazione può permettere di stimare il valore del modulo ad un prefissato livello deformativo.**



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

LIMITI DELL'APPROCCIO ELASTICO LINEARE AL TERRENO

2. Scelta dei parametri di deformabilità

**ANALISI DELLA DEFORMABILITA' DELLE TERRE ALLE PICCOLE DEFORMAZIONI**

CURVE DI DECADIMENTO DEL MODULO DI TAGLIO PER ARGILLE E SABBIE

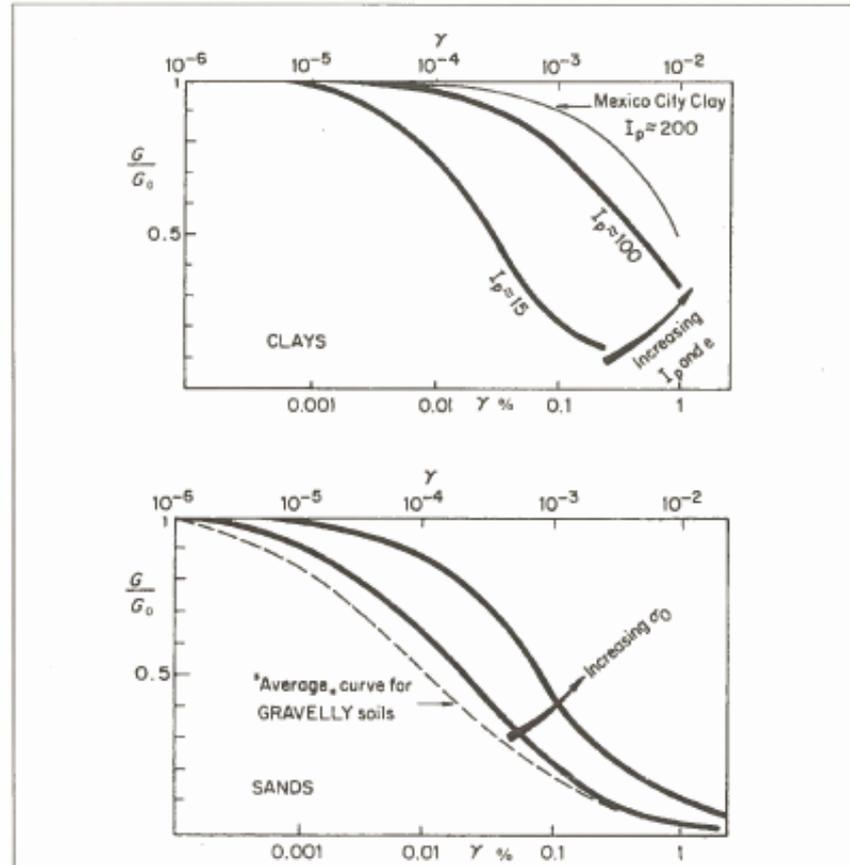


Fig. 5.51 Curve di decadimento del modulo di taglio per argille e sabbie



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI

- WWW

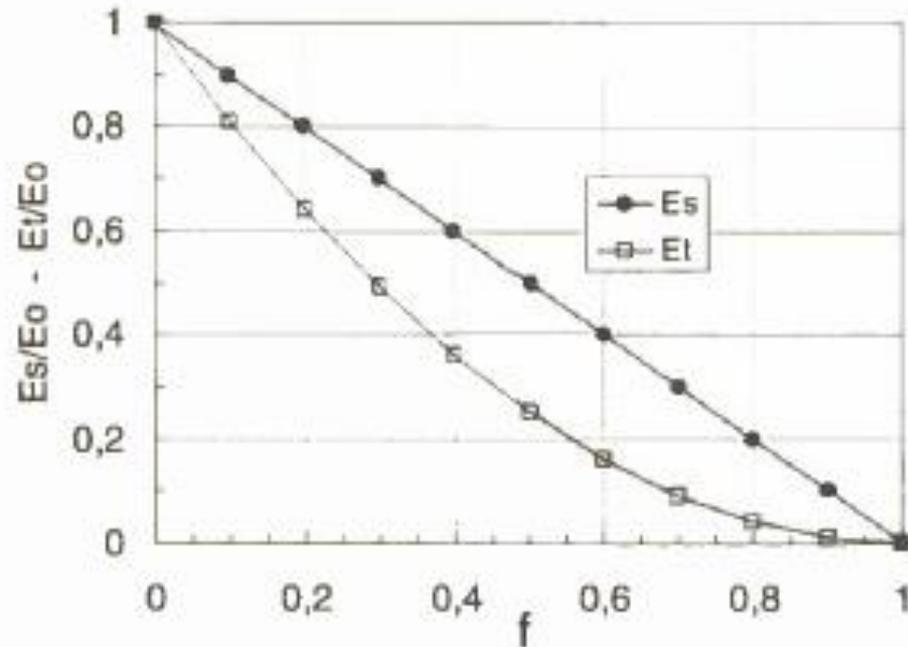
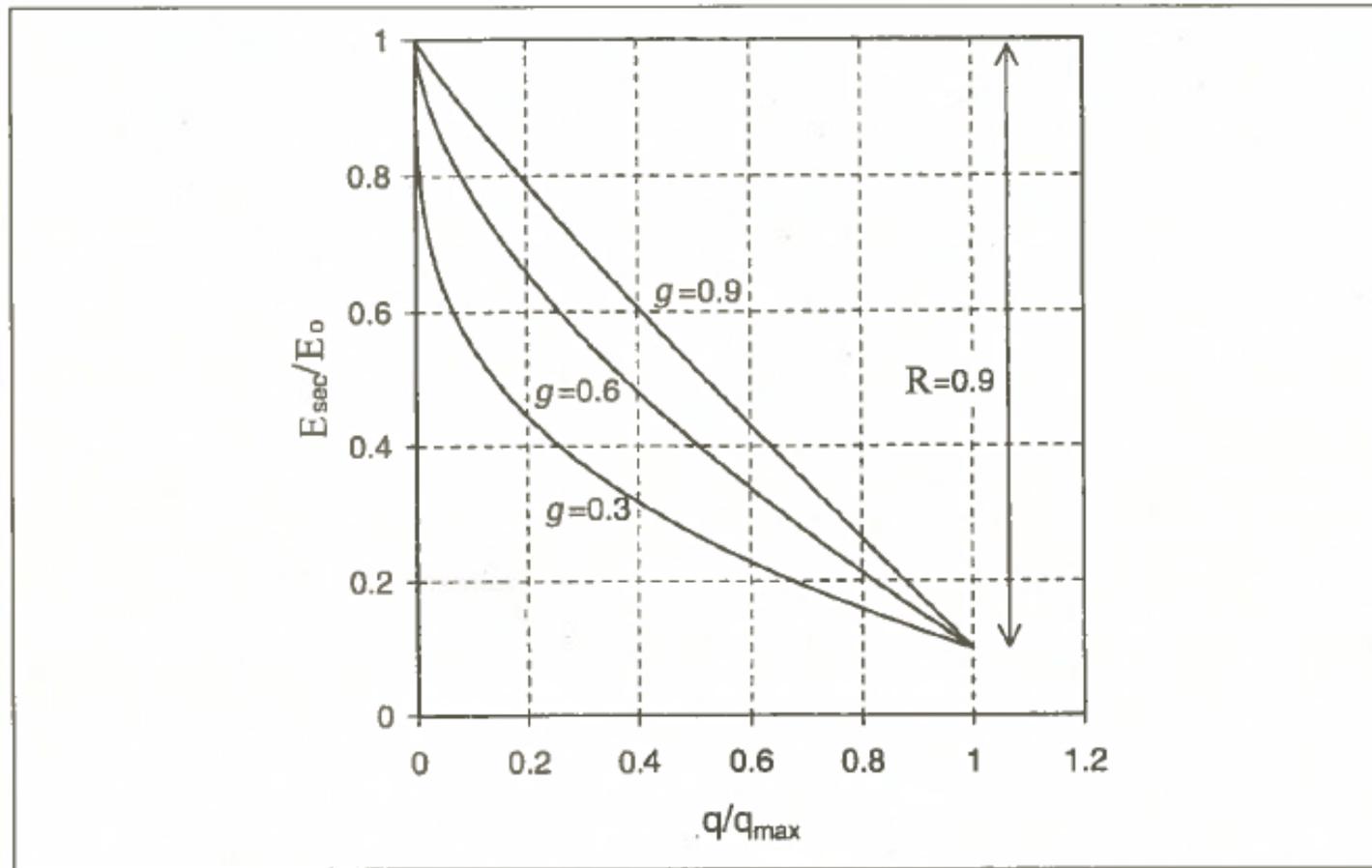


Fig. 5.52 Rigidezza secante e tangente nel modello iperbolico



## RILEVATI SU TERRENO SOFFICI COMPRIMIBILI : ANALISI DEI CEDIMENTI



**Fig. 5.53** Rigidezza secante da modello iperbolico e grado di non linearità