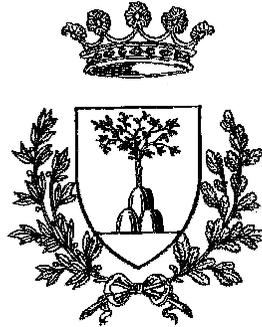


UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI FERRARA

Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Civile



Corso di COSTRUZIONI IN C.A. E C.A.P.

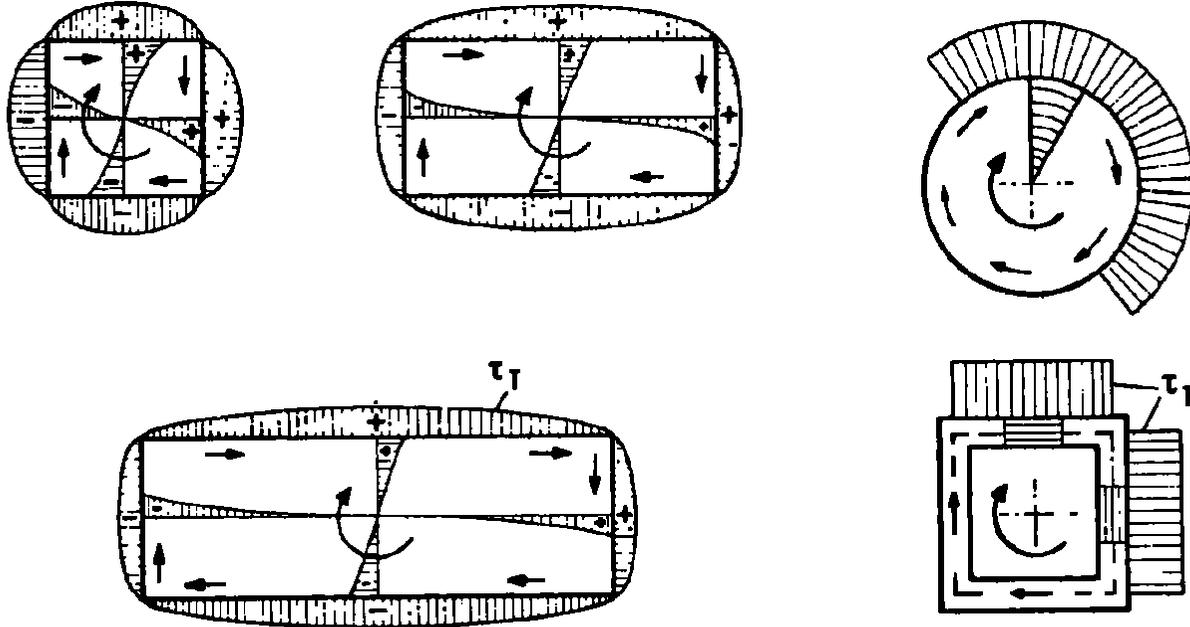
STATI LIMITE ULTIMI PER TORSIONE E
SOLLECITAZIONI COMPOSTE

Prof. Ing. Nerio Tullini

Anno Accademico 2008/2009

SEZIONI COMPATTE

TORSIONE ALLA SAINT VENANT (1856)



$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_t} \quad \frac{d\phi}{dz} = \frac{T}{K_t}$$

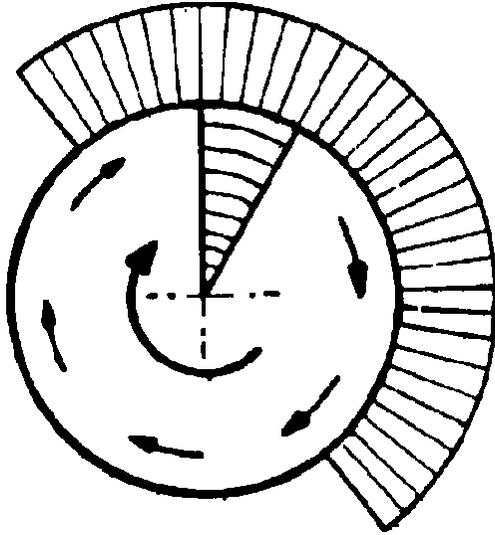
dove

W_t modulo resistente torsionale

$K_t = G_c J_t$ rigidezza torsionale

SEZIONI COMPATTE

TORSIONE ALLA SAINT VENANT (1856)



$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_t} \quad \frac{d\phi}{dz} = \frac{T}{K_t}$$

dove

W_t modulo resistente torsionale

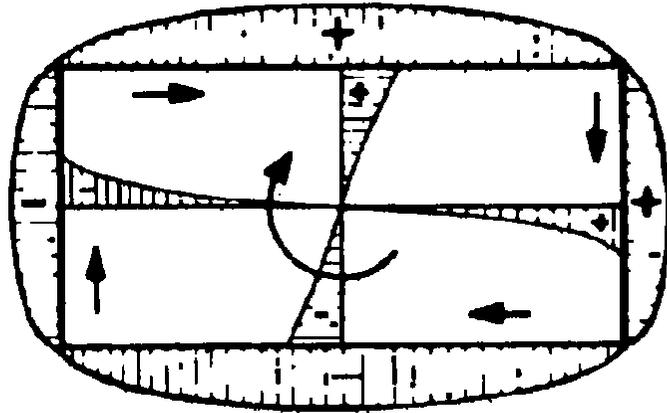
$K_t = G_c J_t$ rigidezza torsionale

Sezione circolare:

$$W_t = \frac{\pi r^3}{2} \quad J_t = \frac{\pi r^4}{2}$$

SEZIONI COMPATTE

TORSIONE ALLA SAINT VENANT (1856)



$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_t} \quad \frac{d\phi}{dz} = \frac{T}{K_t}$$

dove

W_t modulo resistente torsionale

$K_t = G_c J_t$ rigidezza torsionale

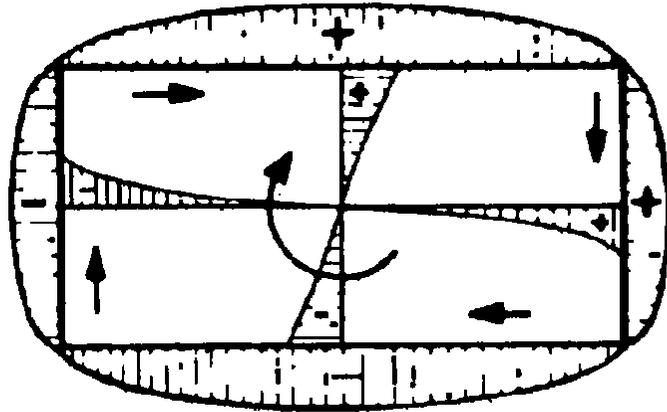
Sezione rettangolare: $W_t = k_1 b h^2$ $J_t = k_2 b h^3$ con $h \leq b$

dove

$$k_1 \cong \frac{1}{3 + 1.8h/b} \quad k_2 \cong \frac{1}{3 + 4.1(h/b)^{3/2}}$$

SEZIONI COMPATTE

TORSIONE ALLA SAINT VENANT (1856)



$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_t} \quad \frac{d\phi}{dz} = \frac{T}{K_t}$$

dove

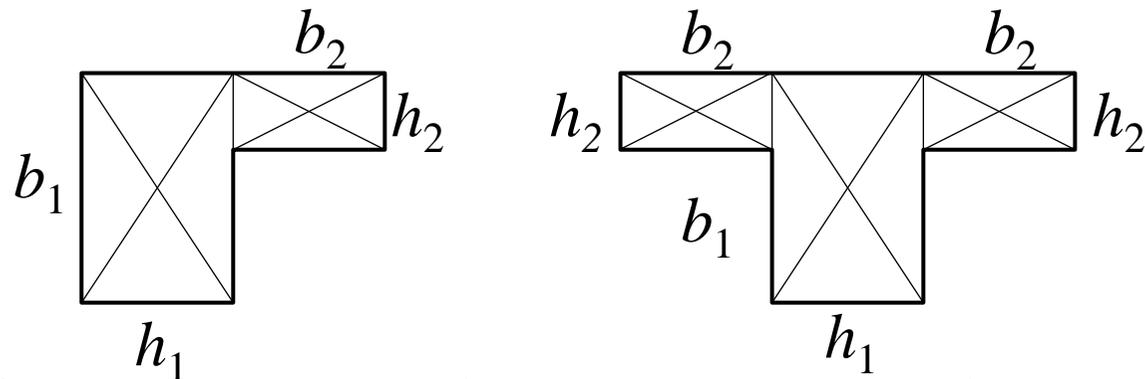
W_t modulo resistente torsionale

$K_t = G_c J_t$ rigidezza torsionale

Sezione rettangolare sottile: ($h/b = 0$)

$$W_t = \frac{bh^2}{3} \quad J_t = \frac{bh^3}{3}$$

SEZIONI SOTTILI APERTE



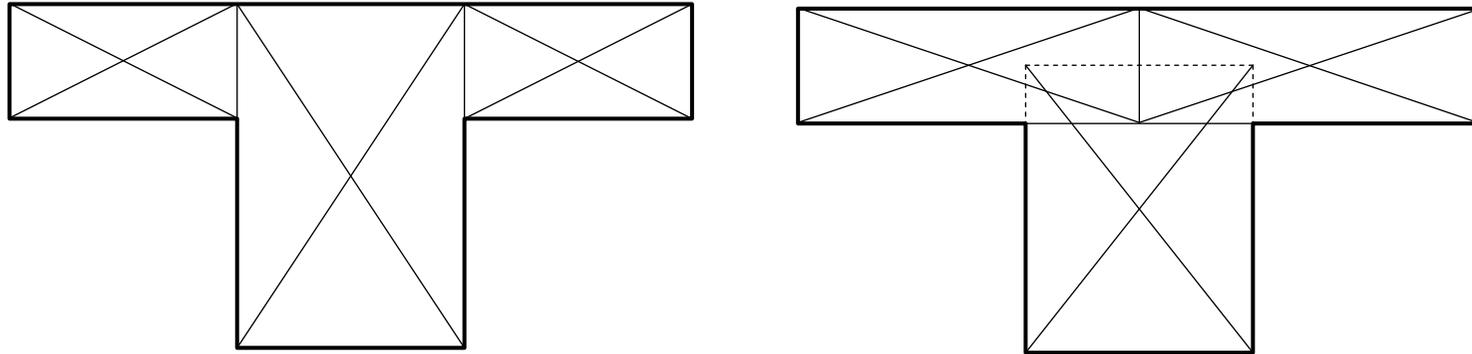
Nelle sezioni monoconnesse che possono essere decomposte in parti rettangolari, come ad esempio le sezioni a forma di T, I e L, si può assumere che ogni rettangolo sia sollecitato da un quota parte del momento torcente totale proporzionale alla sua rigidezza. Pertanto in una sezione composta da n rettangoli il momento che sollecita la j -esima parte risulta:

$$T_j = T \frac{K_{tj}}{\sum_{i=1}^n K_{ti}} \quad \text{dove} \quad K_{ti} = G_c k_2 b_i h_i^3$$

e la tensione massima nell'elemento diventa:

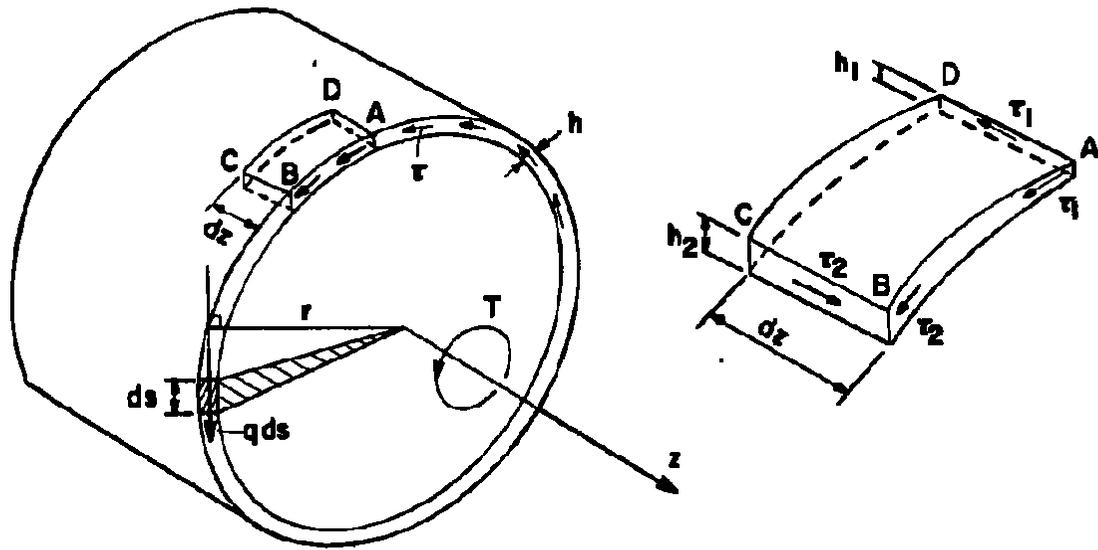
$$\tau_j = \frac{T_j}{W_{tj}} \quad \text{dove} \quad W_{tj} = k_1 b_j h_j^2$$

SEZIONI SOTTILI APERTE



Il modo di decomporre una figura non è univoco. Il criterio da adottare nella scomposizione consiste nel rendere massima la rigidezza totale della sezione.

SEZIONI SOTTILI CHIUSE FORMULA DI BREDT (1896)



Ipotesi:
l'intensità τ è costante
nello spessore h

Per equilibrio alla traslazione lungo l'asse z si ha:

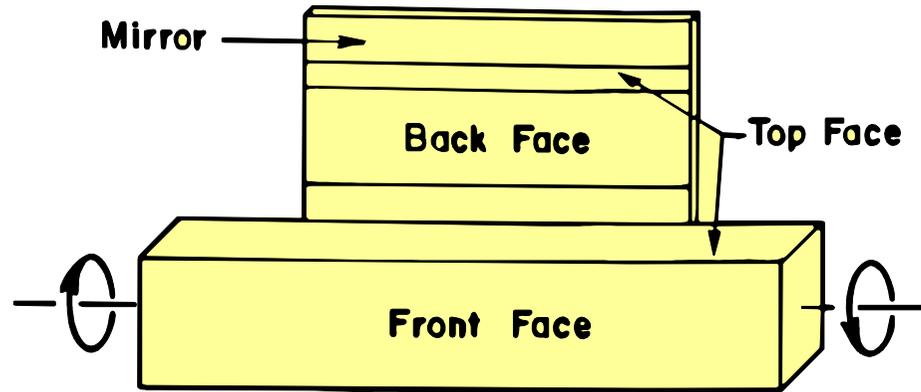
$$\tau_1 h_1 = \tau_2 h_2 \Rightarrow \text{il flusso } q = \tau t \text{ è costante lungo tutto il perimetro } u$$

Pertanto l'equilibrio alla rotazione rispetto all'asse z fornisce:

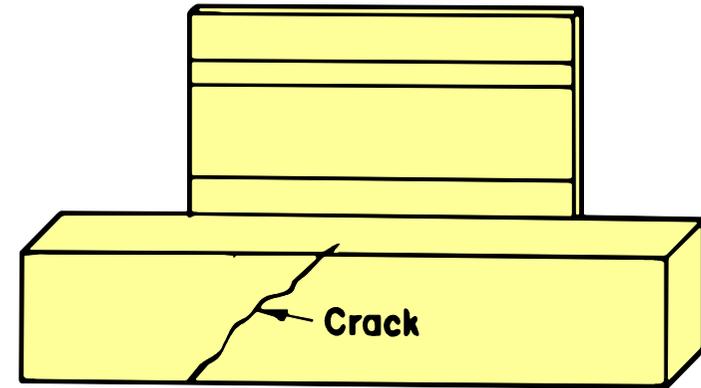
$$T = \oint q r ds = q \oint r ds = 2qA \Rightarrow q = \frac{T}{2A} \quad \text{dove } A \text{ è l'area racchiusa dalla linea media del tubo.}$$

Momento d'inerzia torsionale:
$$J_t = \frac{4A^2}{\oint ds / h}$$

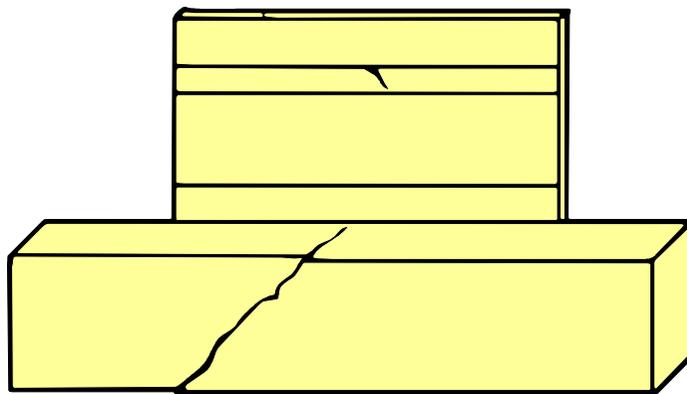
MODELLO DELLA FLESSIONE OBLIQUA (HSU 1968)



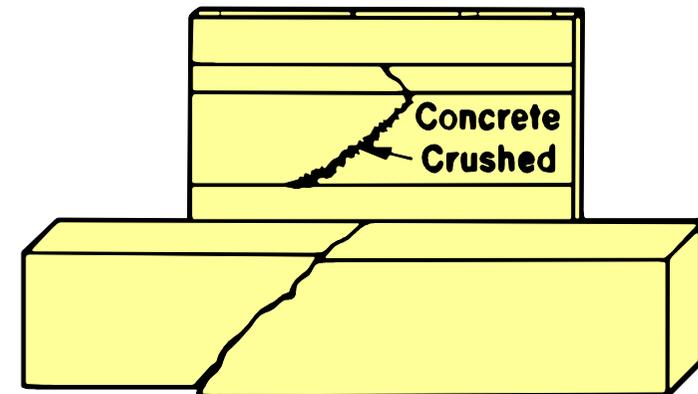
(a) Middle section of beam under torsion. Camera could see front face and top face directly. Back face was reflected in a mirror.



(b) 1/100 second after diagonal crack was picked up by camera. Crack extends across front face.

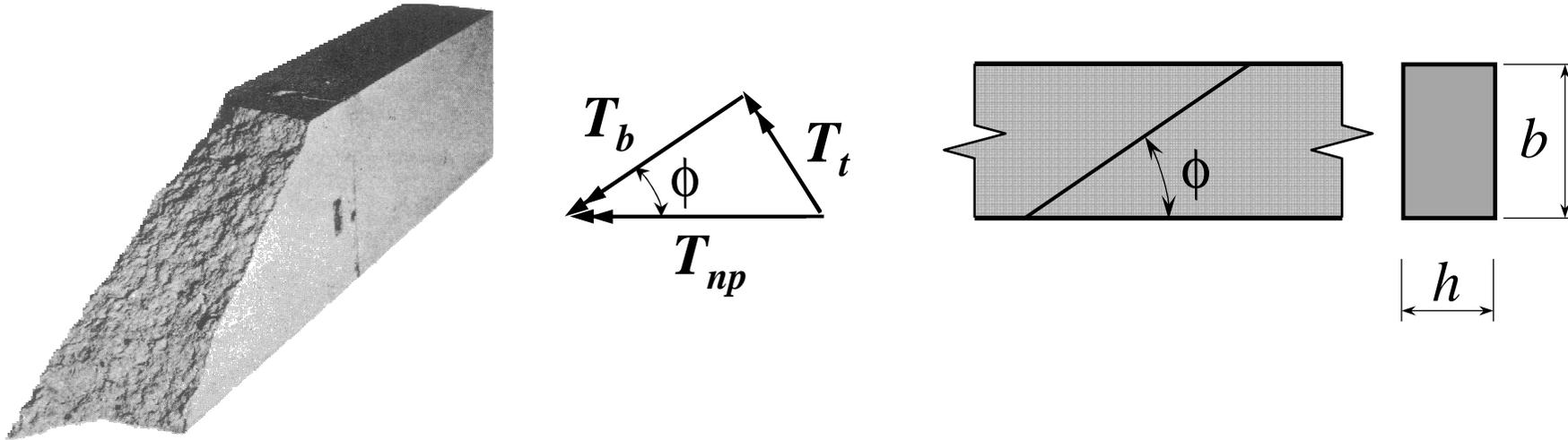


(c) 1/15 second after the crack was observed. Crack widens and spreads across the top face.



(d) 1/5 second after the crack was observed. Concrete crushes at the back face as shown in the mirror.

MODELLO DELLA FLESSIONE OBLIQUA (HSU 1968)

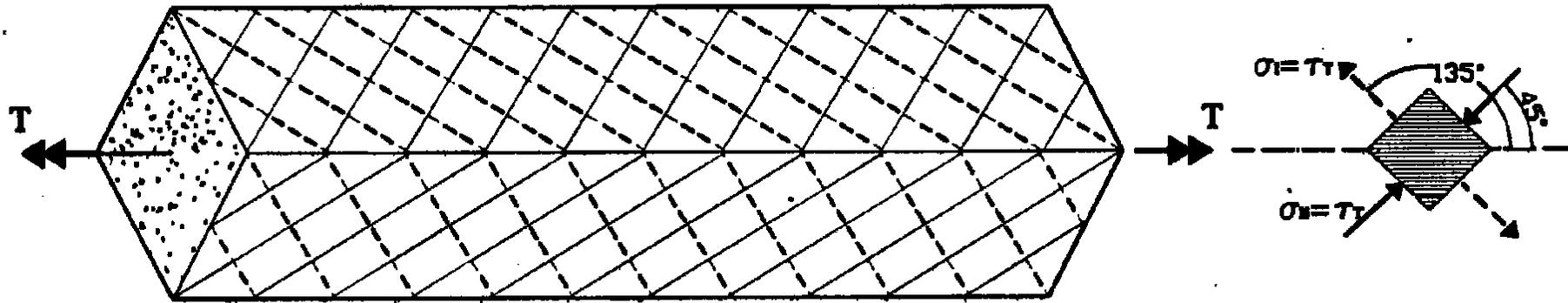


$$T_b = T_{np} \cos \phi \quad T_b = f_{ct,fl} \left(\frac{b}{\sin \phi} \right) \frac{h^2}{6} \quad \Rightarrow \quad T_{np} = f_{ct,fl} (bh^2 / 3) / \sin 2\phi$$

Il minimo momento T_{np} ($np = \textit{nominal torsion strength of plain concrete}$) si ottiene in corrispondenza di $\phi = 45^\circ$ da cui discende:

$$T_{np} = f_{ct,fl} \frac{(bh^2 / 3)}{\sin 2\phi}$$

MOMENTO TORCENTE DI FESSURAZIONE



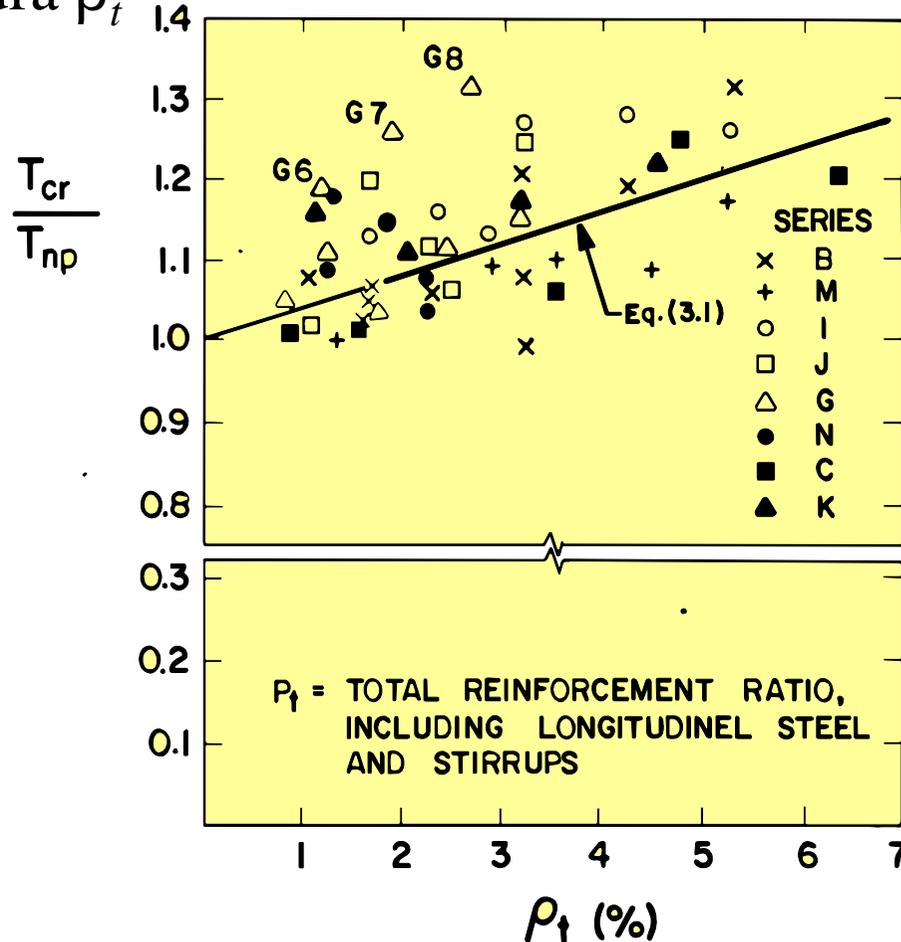
Le tensioni principali σ_I , σ_{II} hanno intensità pari a τ e si orientano secondo linee isostatiche ad elica con inclinazione di 45° rispetto all'asse della trave.

St. Venant: $T_{np} = f_{ct} (k_1 b h^2)$ con $1/3 \leq k_1 \leq 1/4.8$

HSU: $T_{np} = f_{ct,fl} (b h^2 / 3)$ con $f_{ct,fl} = (1.6 - a/100) f_{ct} > f_{ct}$ a in mm

MOMENTO TORCENTE DI FESSURAZIONE

La teoria elastica di St Venant sottostima il momento dedotto sperimentalmente di circa il 50%, mentre la teoria di Hsu fornisce valori in buon accordo con i risultati sperimentali. Inoltre il momento di fessurazione T_{cr} dipende dalla percentuale geometrica totale di armatura ρ_t

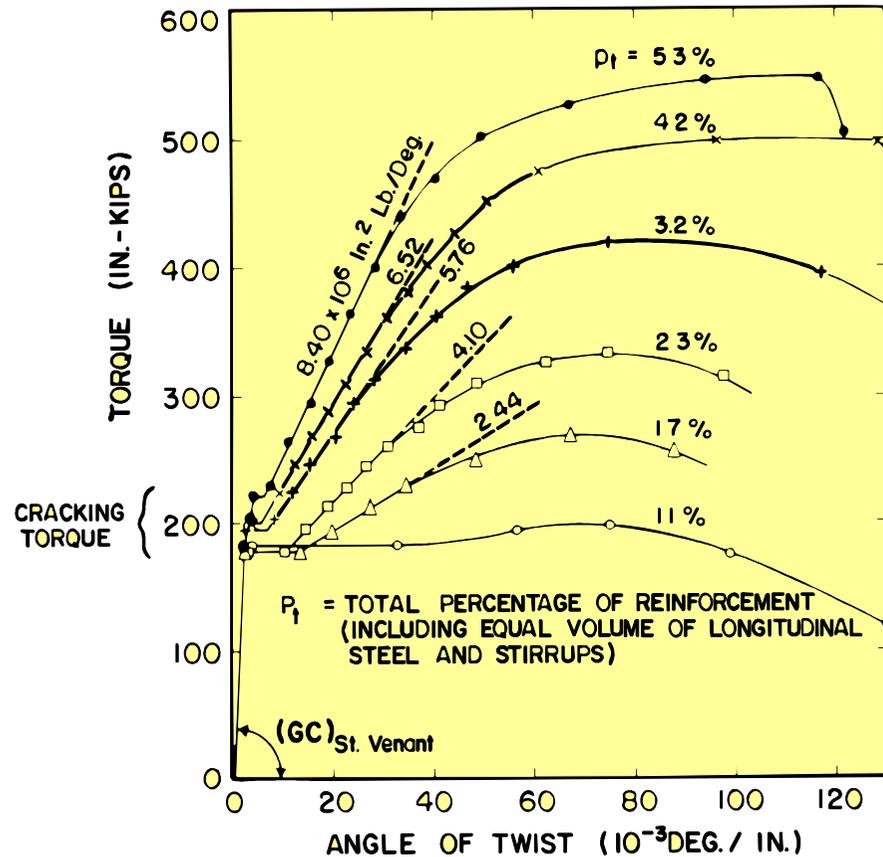


$$T_{cr} = (1 + 4\rho_t)T_{np}$$

• se $\rho_t = 0.03$ si ha:

$$T_{cr} = 1.12 T_{np} \text{ (trascurabile)}$$

DIAGRAMMA MOMENTO – CURVATURA TORSIONALE

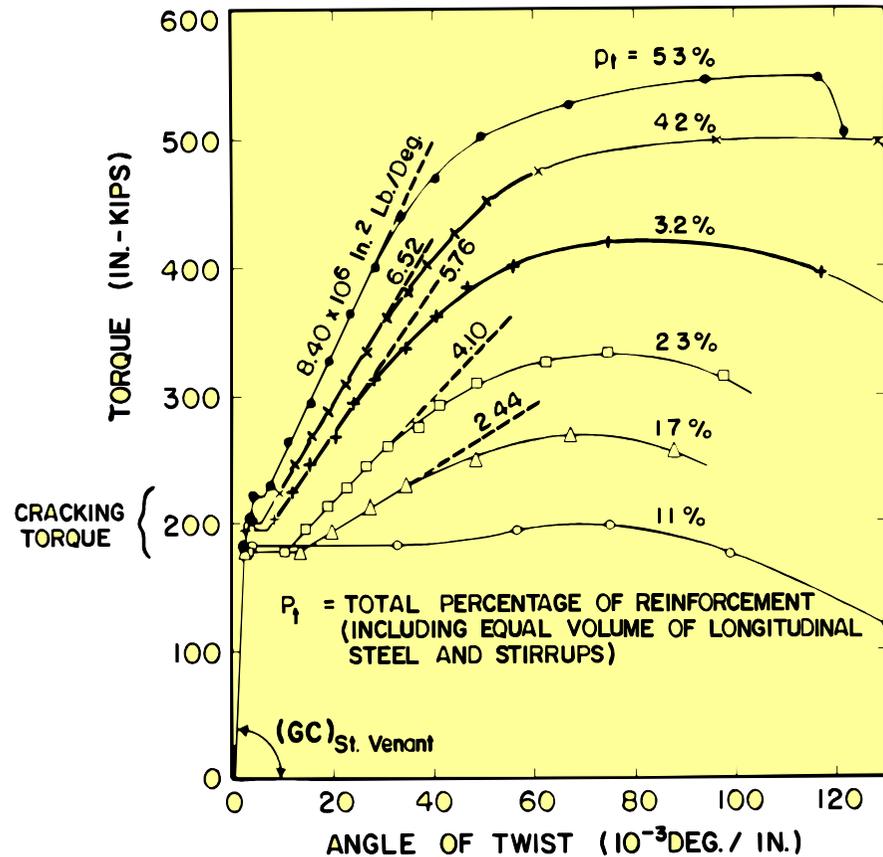


- Il tratto iniziale ($0 \leq T \leq T_{cr}$) presenta andamento lineare e si può descrivere mediante l'equazione:

$$T = (GJ_t)_{St.Venant} d\phi/dz.$$

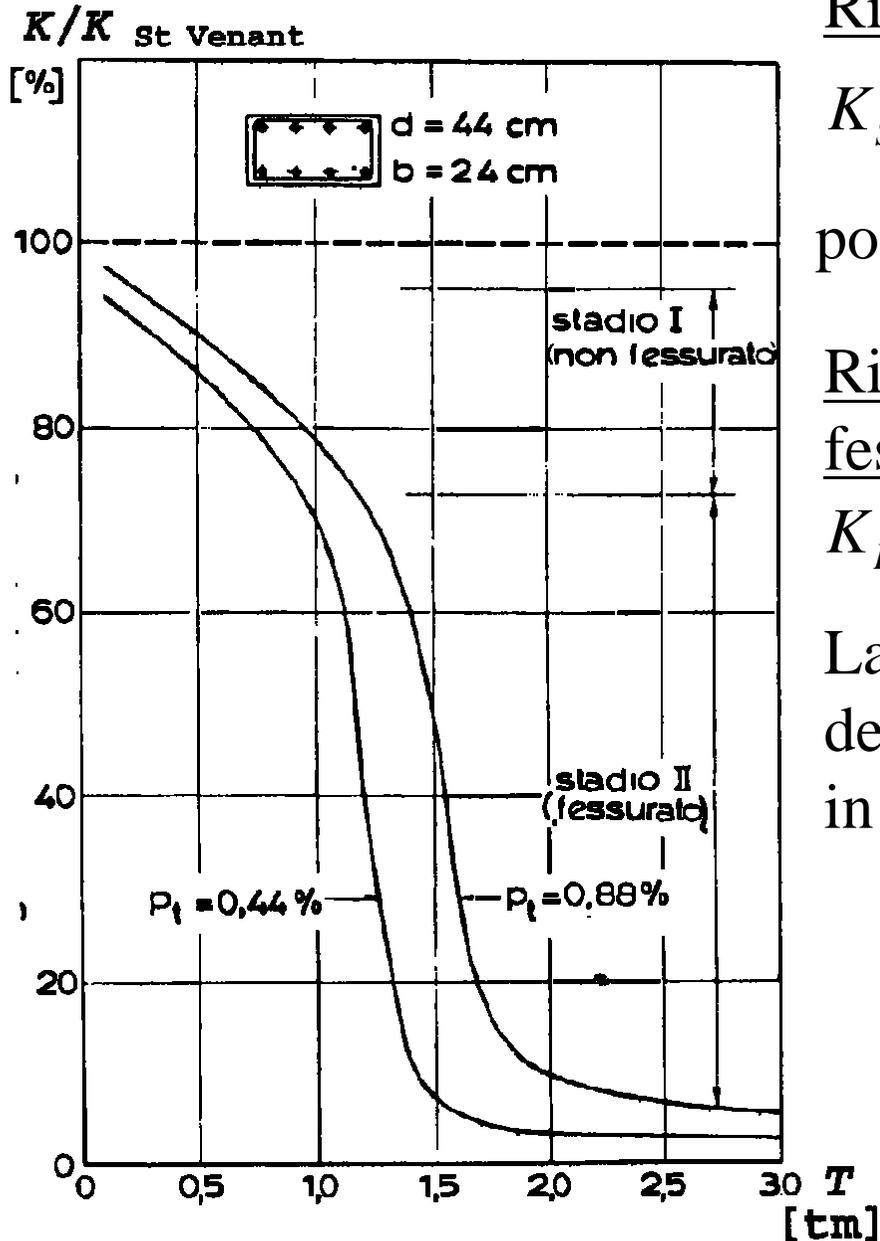
- Il momento di fessurazione T_{cr} coincide con quello ultimo se $\rho_t \leq (\rho_t)_{min}$; il tipo di rottura è duttile se $\rho_t \cong (\rho_t)_{min}$; viceversa si ha rottura fragile;
- Nelle travi provviste di un'adeguata gabbia d'armatura la trave si fessura attivando un diverso meccanismo resistente rispetto al modello di St. Venant;

DIAGRAMMA MOMENTO – CURVATURA TORSIONALE



- La diminuzione di rigidezza torsionale che si ha nel passaggio dalla fase non fessurata (*fase I*) a quella fessurata (*fase II*) risulta più sensibile dell'analoga diminuzione di un elemento inflesso;
- Si può raggiungere il momento torcente ultimo T_R per snervamento delle armature (rottura duttile) o rottura del cls (rottura fragile)

DIAGRAMMA MOMENTO – CURVATURA TORSIONALE



Rigidezza torsionale alla Saint Venant:

$$K_{St Venant} = 0.42 E_c J_t$$

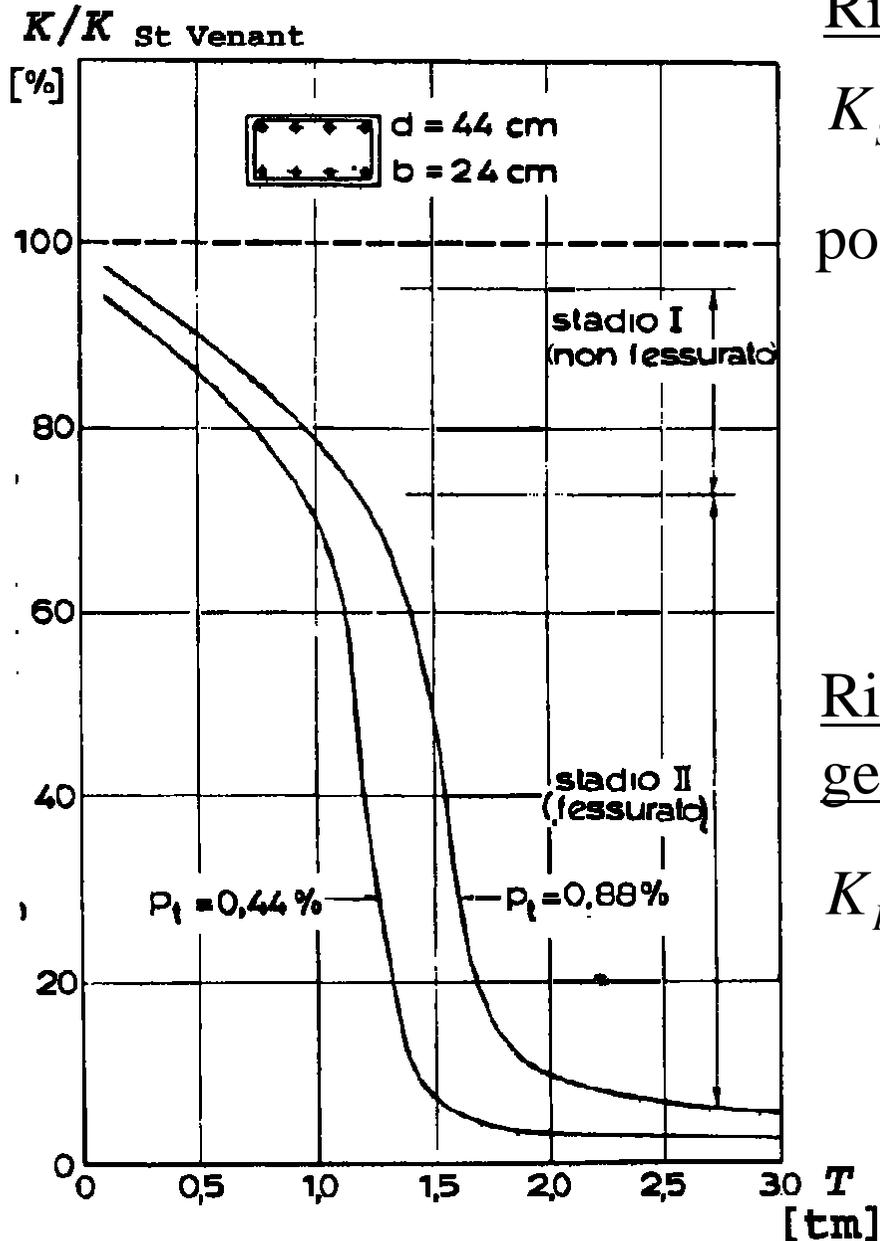
poiché $G_c = \frac{E_c}{2(1+\nu)} = \frac{E_c}{2(1+0.2)} \cong 0.42 E_c$

Rigidezza torsionale in fase non fessurata:

$$K_I = 0.3 E_c J_t = 0.72 K_{St Venant}$$

La riduzione da 0.42 a 0.3 tiene conto del comportamento non lineare del cls in fase non fessurata.

DIAGRAMMA MOMENTO – CURVATURA TORSIONALE



Rigidezza torsionale alla Saint Venant:

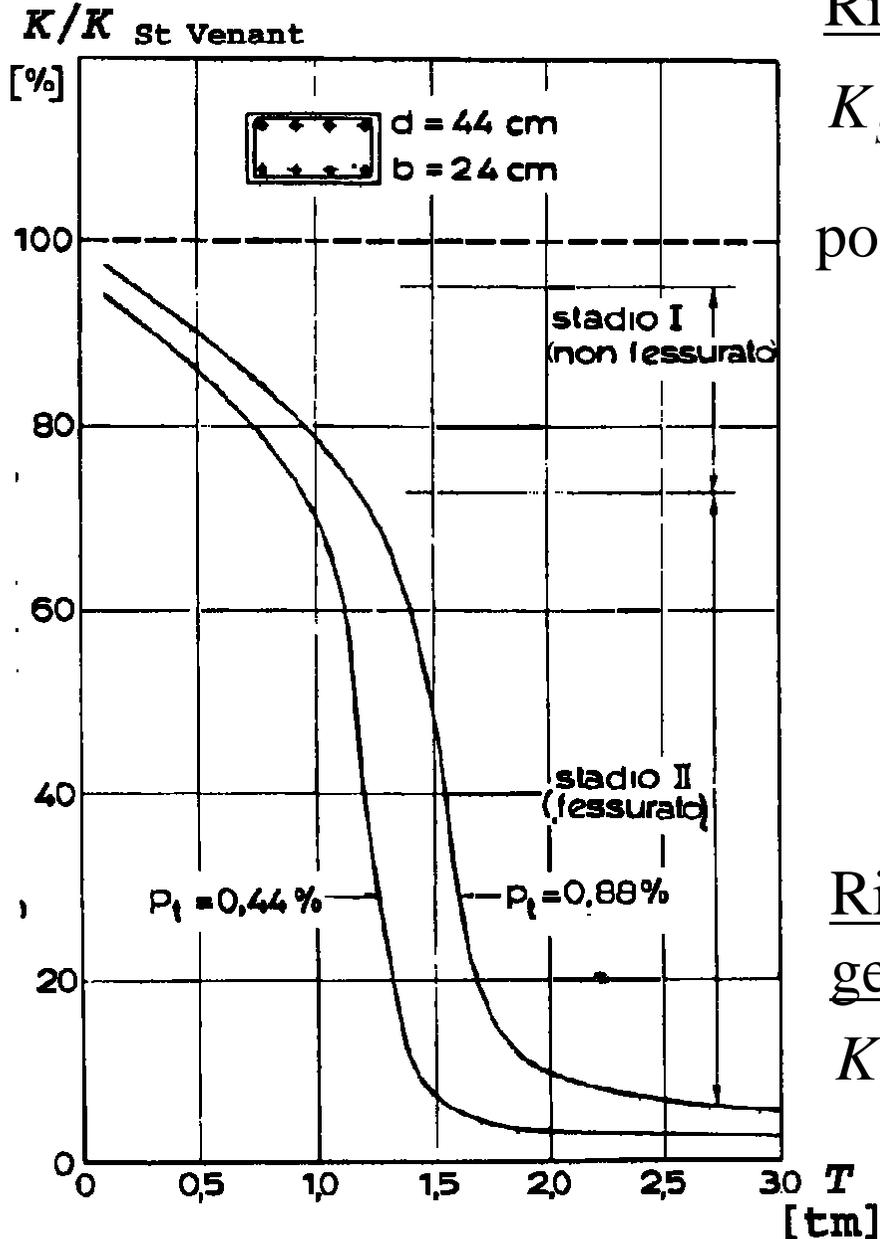
$$K_{St Venant} = 0.42 E_c J_t$$

poiché $G_c = \frac{E_c}{2(1+\nu)} = \frac{E_c}{2(1+0.2)} \cong 0.42 E_c$

Rigidezza torsionale con fessurazione generata dal solo momento torcente:

$$K_I = 0.1 E_c J_t = 0.24 K_{St Venant}$$

DIAGRAMMA MOMENTO – CURVATURA TORSIONALE



Rigidezza torsionale alla Saint Venant:

$$K_{St Venant} = 0.42 E_c J_t$$

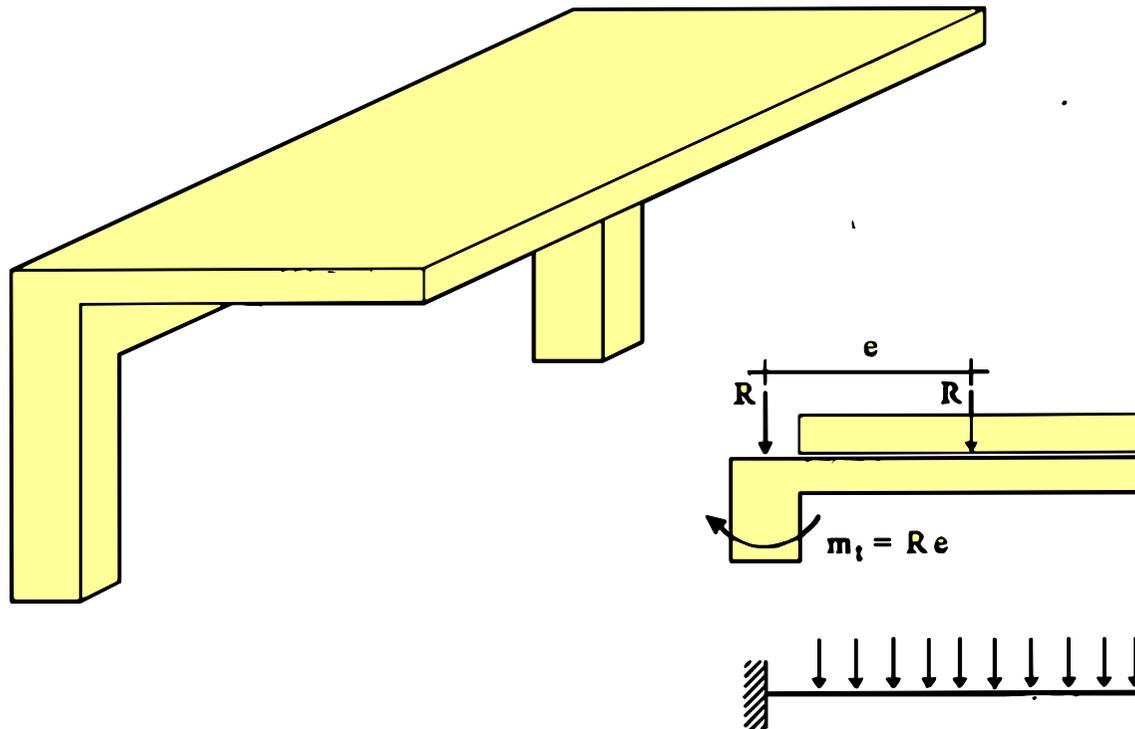
poiché $G_c = \frac{E_c}{2(1+\nu)} = \frac{E_c}{2(1+0.2)} \cong 0.42 E_c$

Rigidezza torsionale con fessurazione generata dal momento torcente e taglio:

$$K_I = 0.05 E_c J_t = 0.12 K_{St Venant}$$

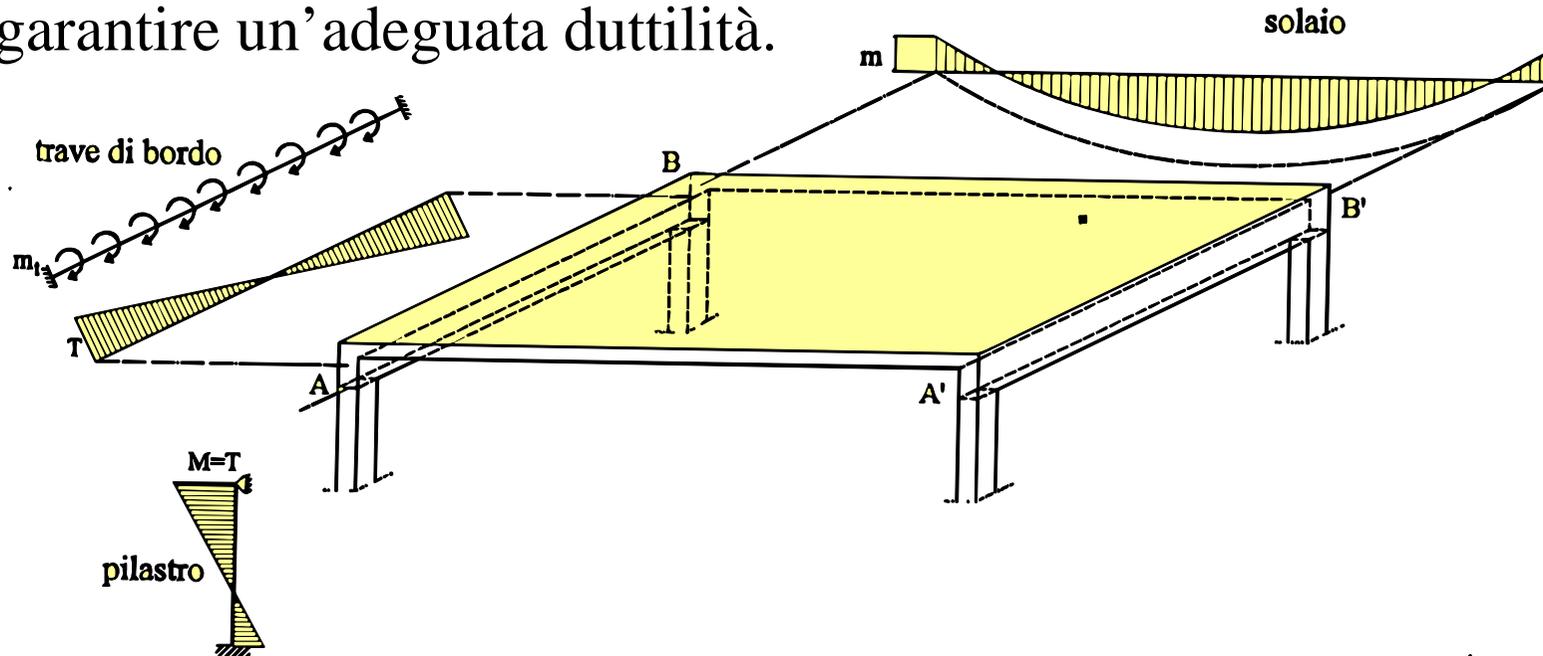
TORSIONE PRIMARIA E SECONDARIA

a) **Torsione primaria o di equilibrio:** si ha qualora l'equilibrio di una struttura dipende dalla resistenza torsionale degli elementi che la compongono. La torsione primaria richiede verifiche agli SLU e SLE.



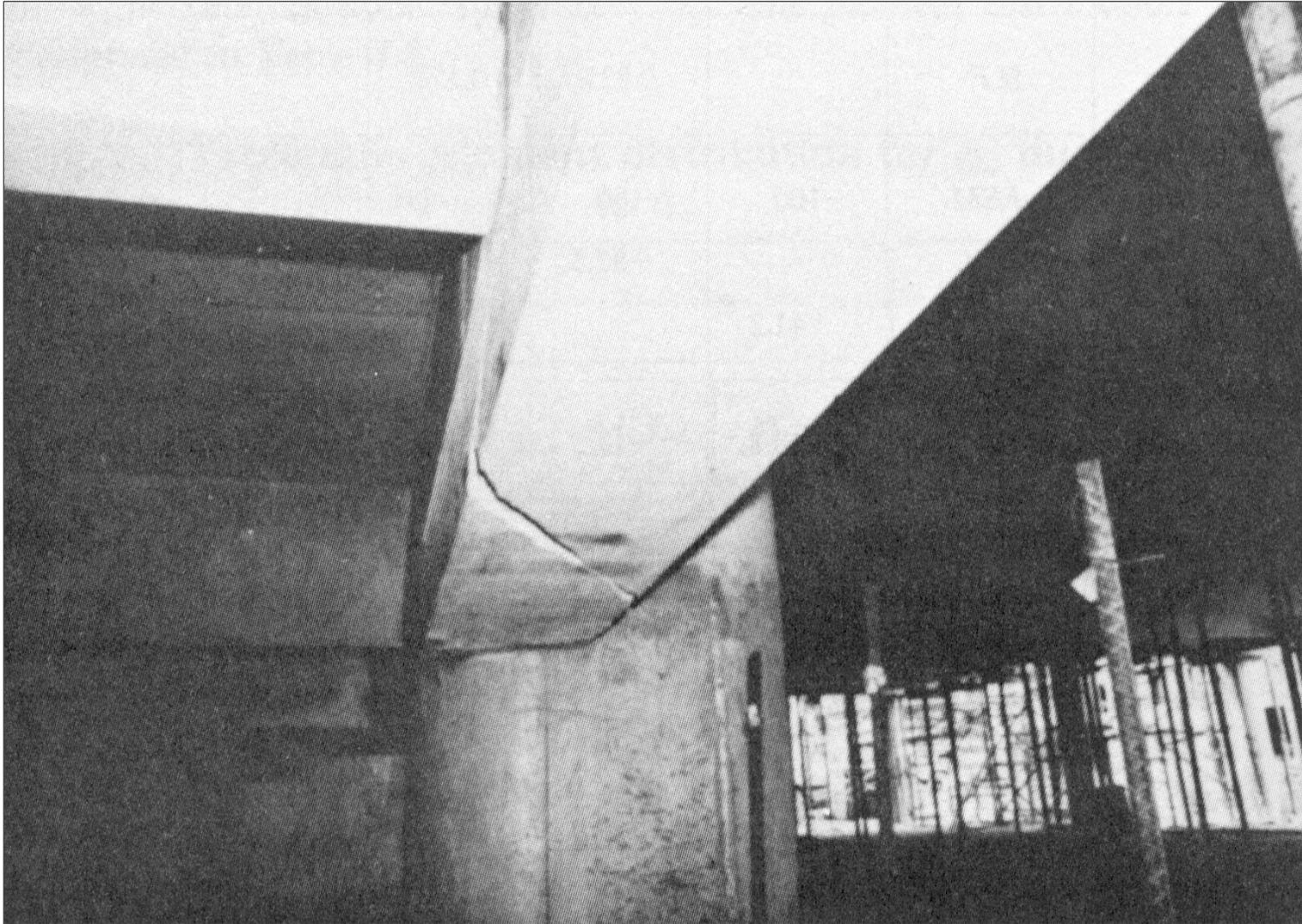
TORSIONE PRIMARIA E SECONDARIA

b) Torsione secondaria o di congruenza: si ha qualora, in strutture iperstatiche, la torsione insorge solo per esigenze di compatibilità e la stabilità della struttura non dipende dalla resistenza torsionale. In tali casi non è richiesta la verifica allo SLU, ma occorre disporre comunque un'armatura minima per il controllo della fessurazione e per garantire un'adeguata duttilità.



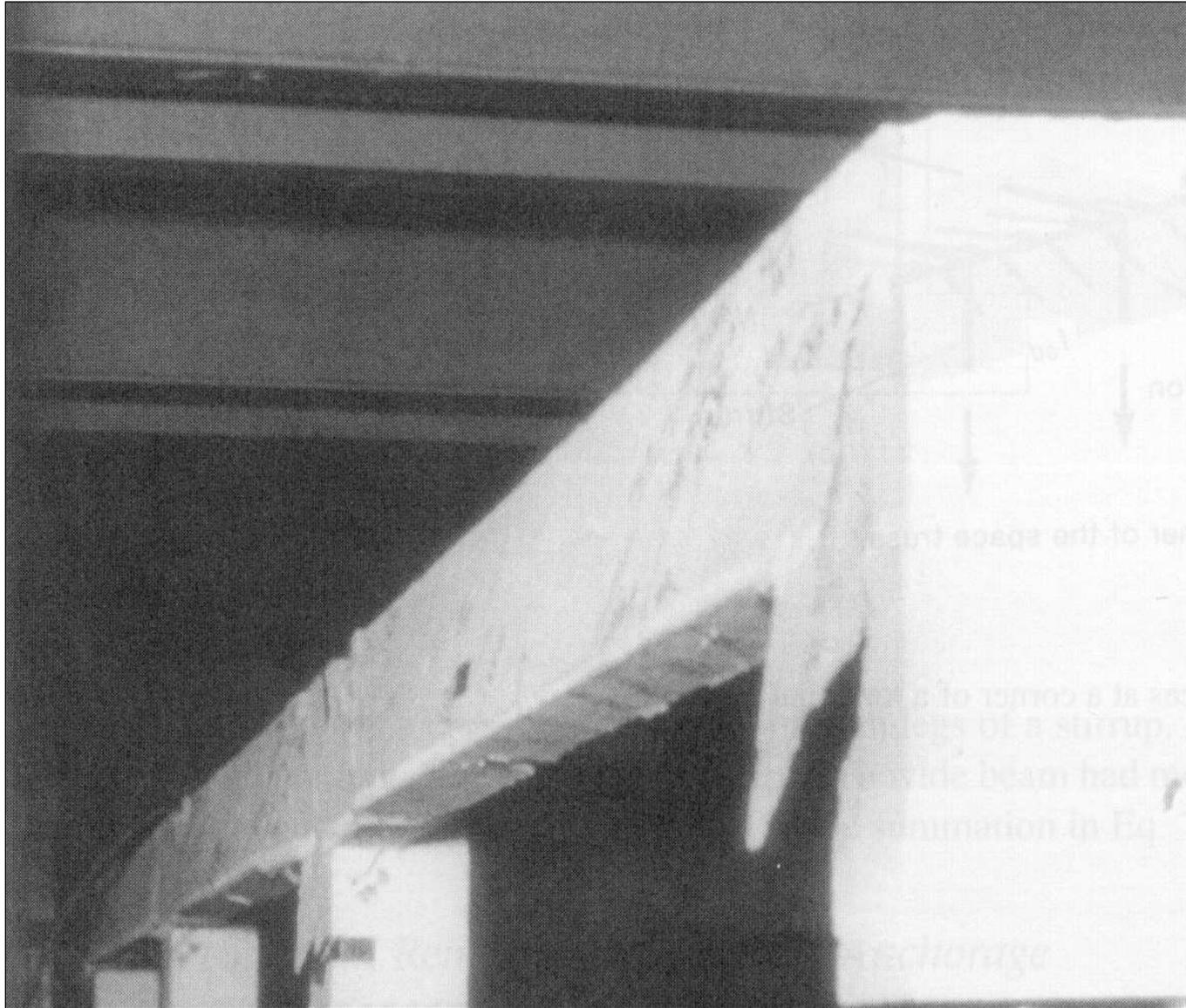
Allo SLU il solaio può essere considerato appoggiato sulle travi di bordo, che quindi non sono sollecitate da momento torcente.

Torsione secondaria



*Fessurazione dovuta alla torsione in una trave di bordo di un parcheggio
(South Florida, 1964)*

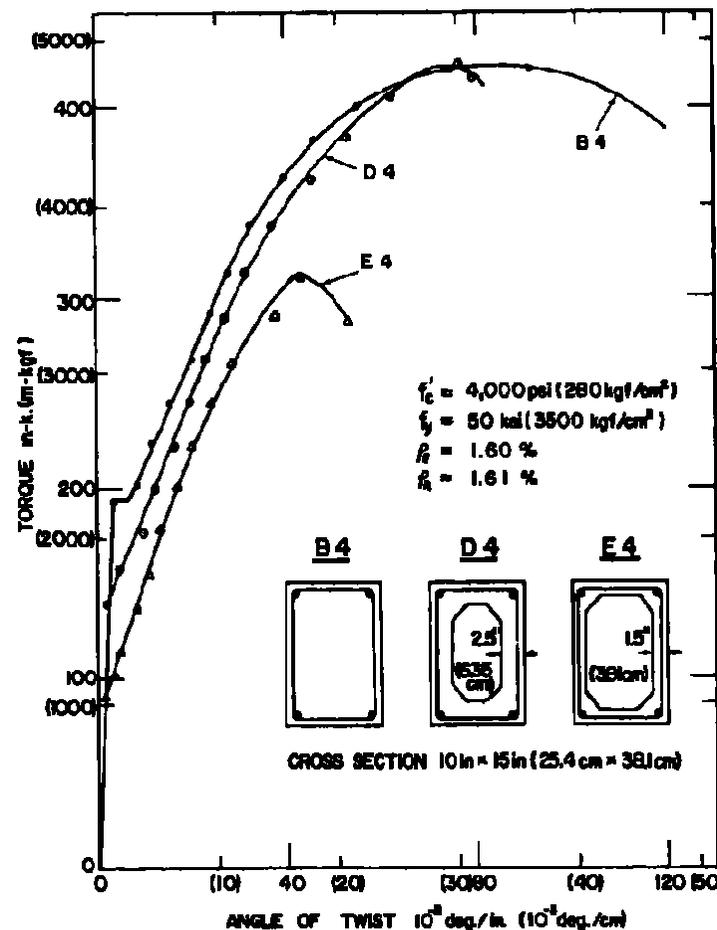
Torsione secondaria



Rotture indotte dalla torsione di una trave di bordo

MODELLO TUBOLARE

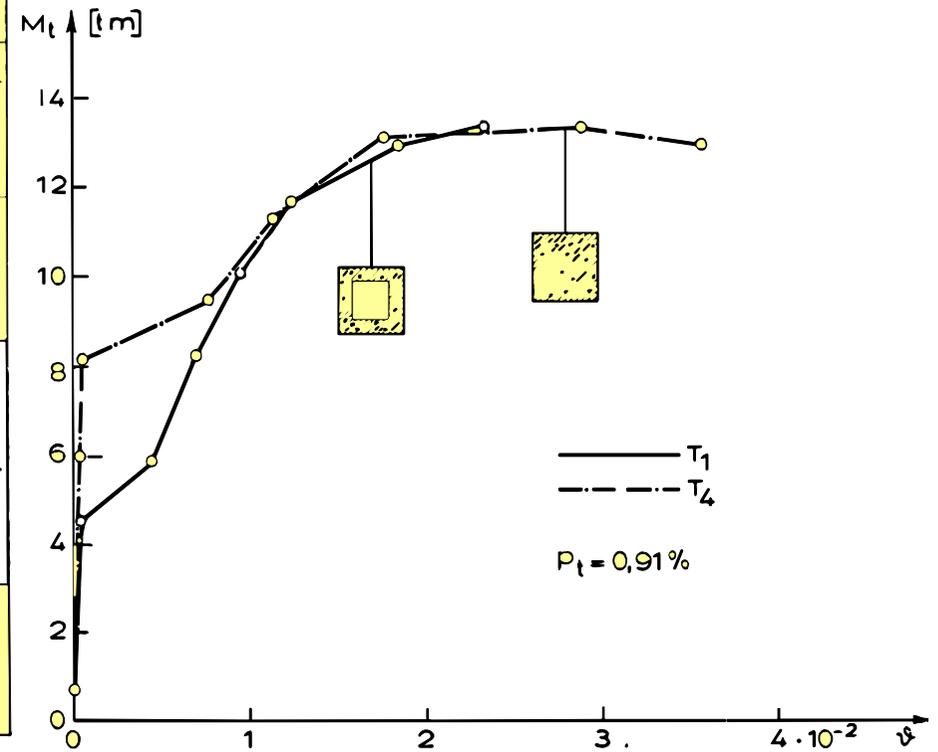
Con riferimento allo SLU una generica sezione compatta soggetta a solo momento torcente può essere considerata come una sezione cava avente spessore opportuno. Infatti, le tensioni all'interno della sezione sono molto più piccole di quelle presenti sul perimetro.



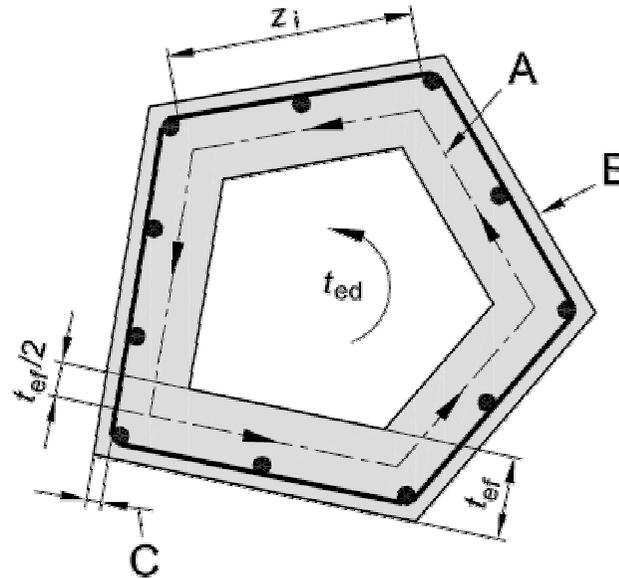
Nota: E4 ha rottura lato cls a causa dello spessore esiguo.

MODELLO TUBOLARE

<u>LAMPERT & THÜRLIMANN</u>		Reinforcement	Test Results	
			T_u (kNm)	M_u (kNm)
T1/T4		longitudinal steel 16 \varnothing 12 stirrups \varnothing 12 110	129 / 129	- / -
TB4 / TB1		longitudinal steel 16 \varnothing 12 stirrups \varnothing 12 110	114 / 115	146 / 134
<u>LEONHART & SCHELLING</u>		Reinforcement	Test Results	
			T_{cr} (kNm)	T_u (kNm)
VQ1 / VH1		longitudinal steel 12 \varnothing 6 stirrups \varnothing 6 100	13 / 12	21 / 21
VQ4 / VH2		longitudinal steel 24 \varnothing 6 stirrups \varnothing 6 50	11 / 12	31 / 34



SPESSORE EQUIVALENTE



EC2

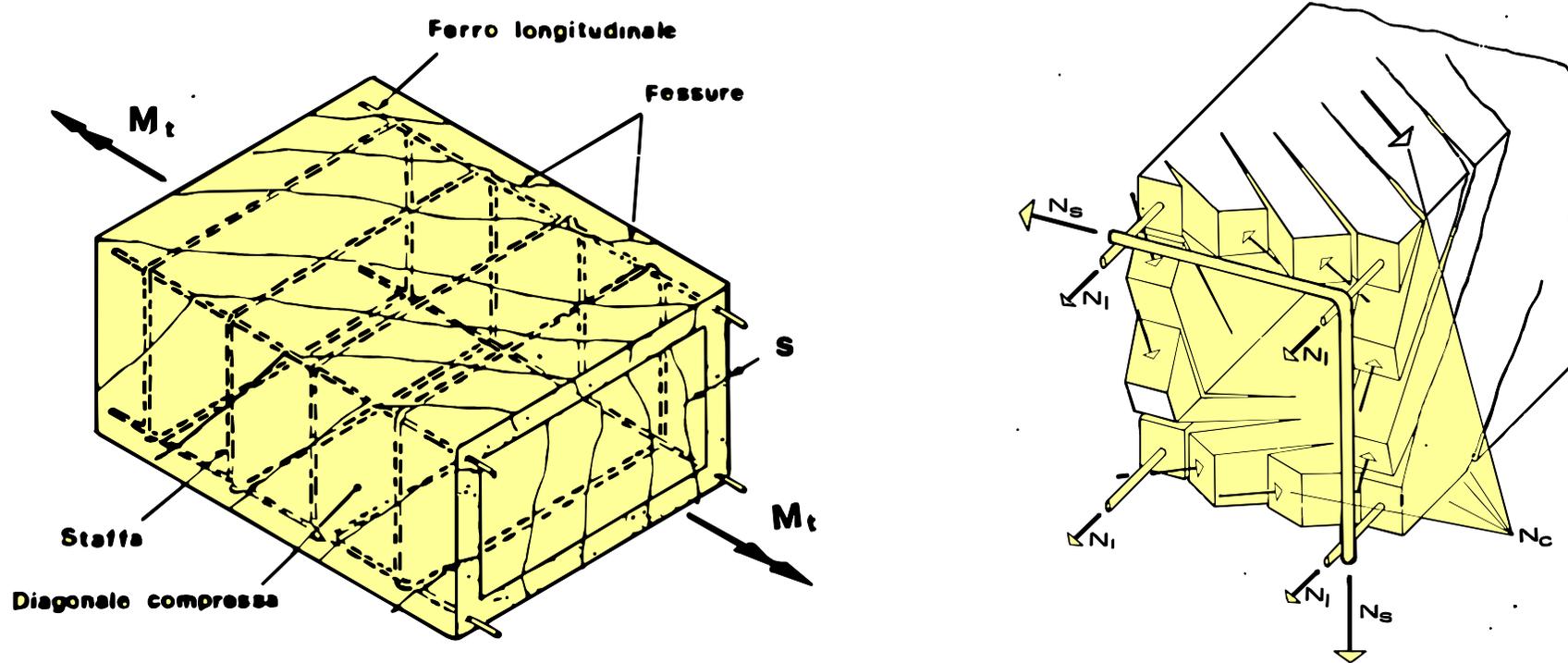
$$2c \leq t_{ef} \leq A/u$$

DM08

$$t = \max\{A_c/u; 2c\}$$

t_{ef}	lo spessore efficace della parete	t
c	distanza tra il bordo ed il centro dell'armatura longitudinale	c
u	sviluppo del perimetro esterno della sezione trasversale	u
A	area totale della sezione trasversale	A_c
A_k	area racchiusa dalla linea media delle pareti connesse, inclusa l'area della cavità	A
u_k	perimetro medio	u_m
z_i	lunghezza della parete <i>i-esima</i>	z_i

TRALICCIO PERIFERICO RESISTENTE

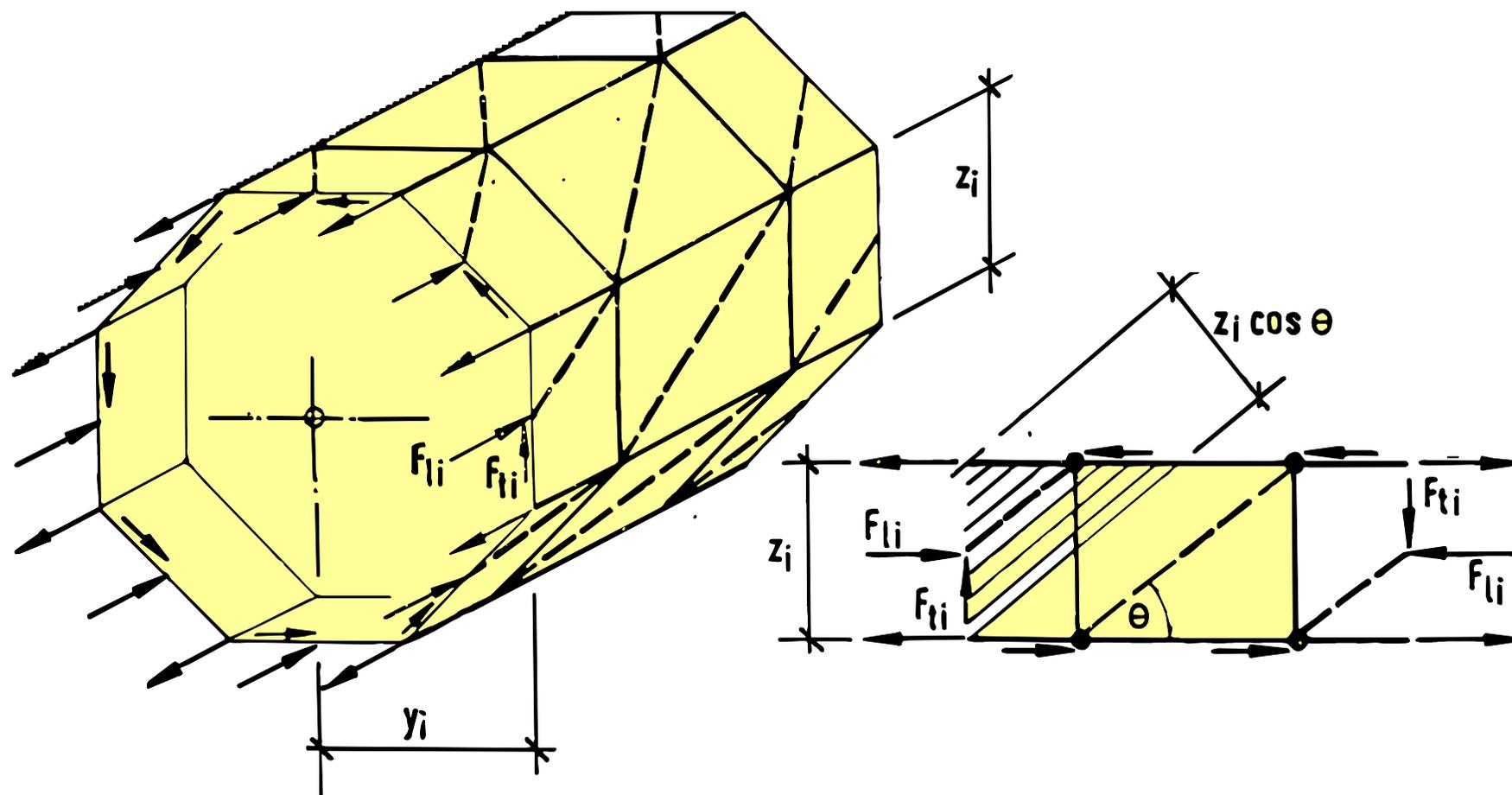


Il meccanismo resistente a torsione viene schematizzato con un traliccio tubolare tridimensionale costituito dai seguenti elementi:

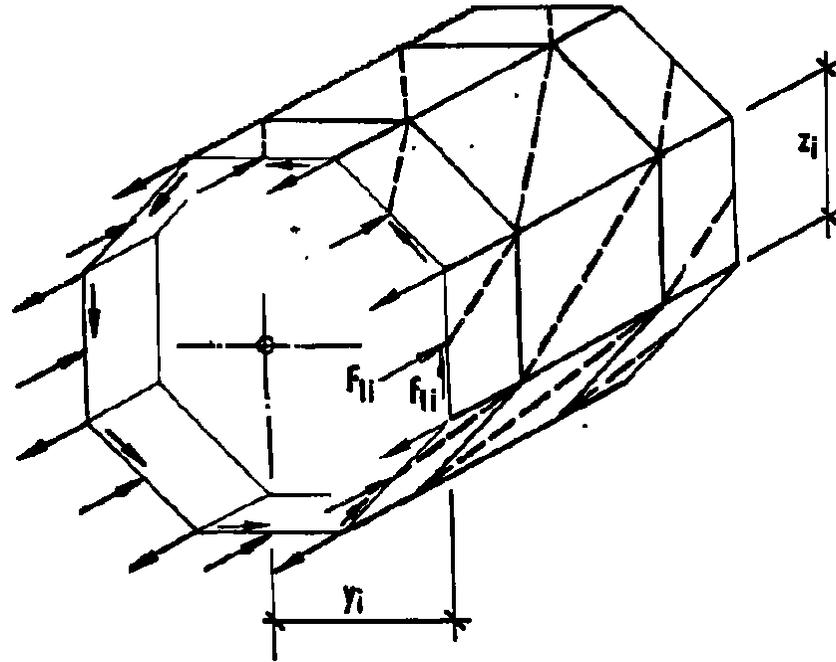
- Elementi longitudinali tesi (armature longitudinali)
- Elementi di parete trasversali tesi (staffe chiuse)
- Elementi di parete diagonali compressi (puntoni di cls) separati dalle fessure

AZIONI NEL TRALICCIO RESISTENTE

Le azioni nelle singole aste possono essere determinate sia con il metodo dell'equilibrio di nodo sia con le *sezioni di Ritter*.



AZIONI NEL TRALICCIO RESISTENTE



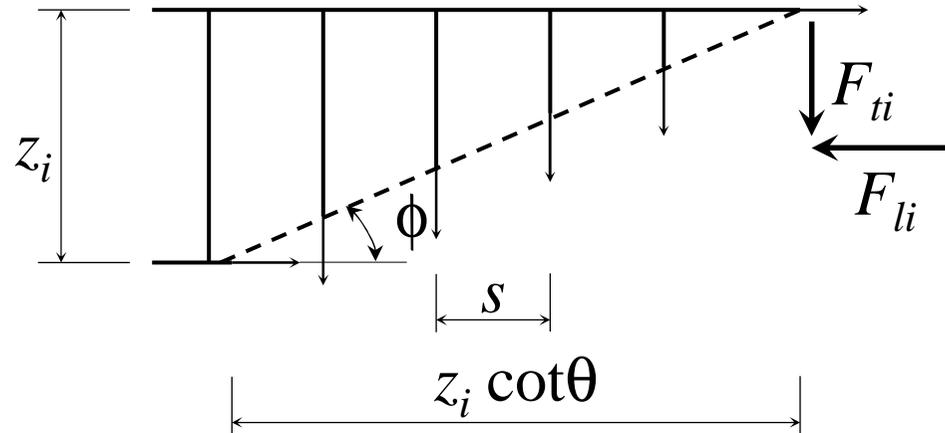
L'equilibrio alla rotazione rispetto all'asse longitudinale della trave:

$$T = \sum_{i=1}^n F_{ti} y_i = \sigma_{cw} t \cos \theta \sin \theta \sum_{i=1}^n z_i y_i = \sigma_{cw} t \cos \theta \sin \theta (2A_k)$$

$$\Rightarrow \sigma_{cw} t \cos \theta \sin \theta = \frac{T}{2A_k} = q \quad (\text{flusso di tensioni alla } Bredt)$$

$$\Rightarrow F_{ti} = \frac{T z_i}{2A_k} \quad F_{li} = \frac{T z_i}{2A_k} \cot \theta$$

VERIFICHE ALLO STATO LIMITE ULTIMO

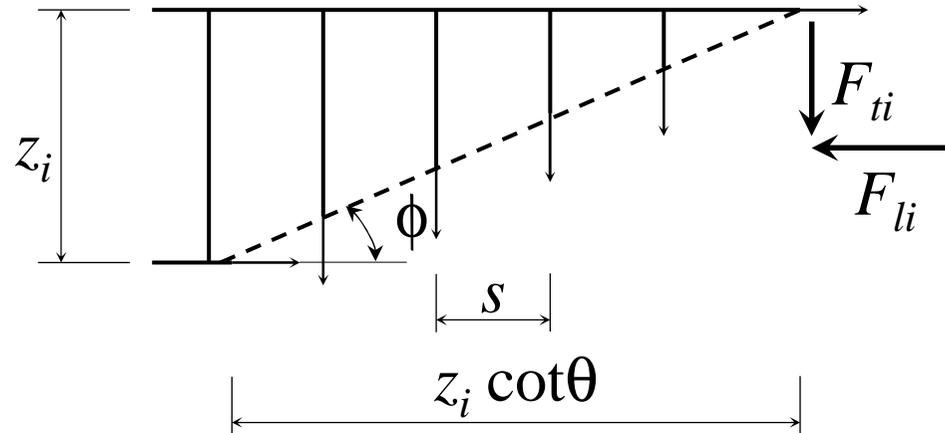


L'armatura trasversale A_{sw} necessaria per equilibrare F_{ti} risulta:

$$A_{sw} f_{yw} \frac{z_i \cot \theta}{s} \geq F_{ti} = \frac{T z_i}{2 A_k} \Rightarrow T_{Rsd} = 2 A_k \frac{A_{sw}}{s} f_{yw} \cot \theta$$

dove A_{sw} è l'area della sezione di un braccio di una staffa per le sezioni compatte o l'area della sezioni di due braccia per le sezioni cave, il termine $z_i \cot \theta / s$ è il numero di staffe contenuto in $z_i \cot \theta$.

VERIFICHE ALLO STATO LIMITE ULTIMO



L'armatura longitudinale A_{sli} necessaria per equilibrare F_{li} risulta:

$$A_{sli} f_{yl} \geq F_{li} = \frac{T z_i}{2 A_k} \cot \theta \Rightarrow \frac{f_{yl} \sum_{i=1}^n A_{sli}}{u_k} \geq \frac{T}{2 A_k} \cot \theta$$

dove $u_k = \sum_{i=1}^n z_i$ è il perimetro dell'area A_k .

$$\Rightarrow T_{Rld} = 2 A_k \frac{\sum_{i=1}^n A_{sli}}{u_k} f_{yl} / \cot \theta$$

VERIFICHE ALLO STATO LIMITE ULTIMO

La tensione di compressione σ_{cw} nei puntoni di cls deve soddisfare la seguente condizione:

$$\sigma_{cw} = \frac{T}{2A_k} \frac{1}{t \cos \theta \sin \theta} \leq f_{c2} \Rightarrow T_{Rcd} = 2A_k \cdot t \cdot f_{c2} \cos \theta \sin \theta$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow T_{Rcd} &= 2A_k \cdot t \cdot f_{c2} \sin^2 \theta \cot \theta = 2A_k \cdot t \cdot f_{c2} \frac{\sin^2 \theta \cot \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} = \\ &= 2A_k \cdot t \cdot f_{c2} \frac{\sin^2 \theta \cot \theta}{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} = 2A_k \cdot t \cdot f_{c2} \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} = \\ &= 2A_k \cdot t \cdot f_{c2} \frac{\sin^2 \theta \cot \theta}{\sin^2 \theta} \end{aligned}$$

dove f_{c2} indica la *resistenza ridotta* dei puntoni di cls, che tiene conto delle sollecitazioni di natura flessionale presenti nei puntoni e delle sollecitazioni di trazione trasferite dalle staffe al cls.

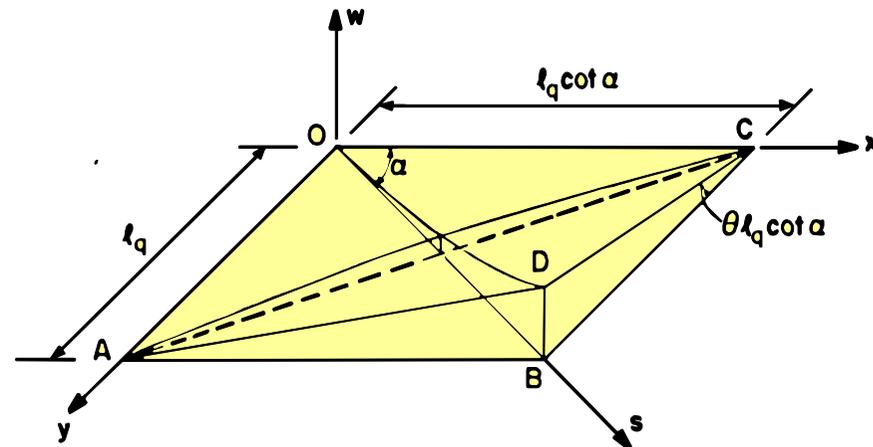
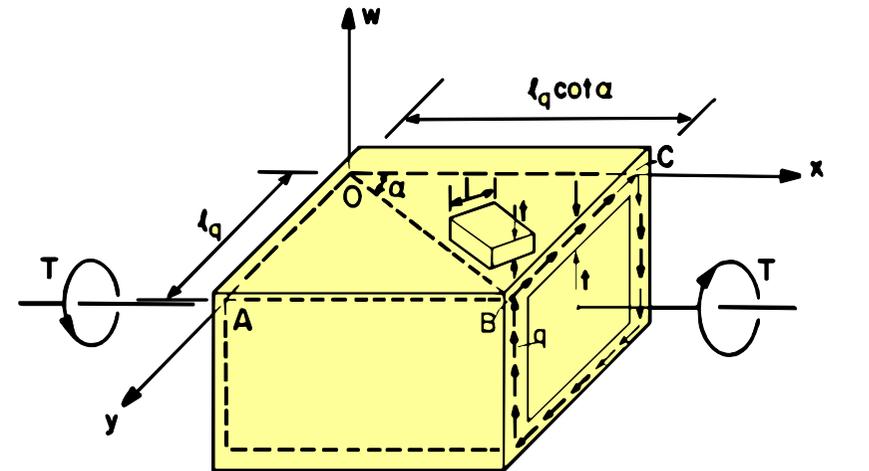
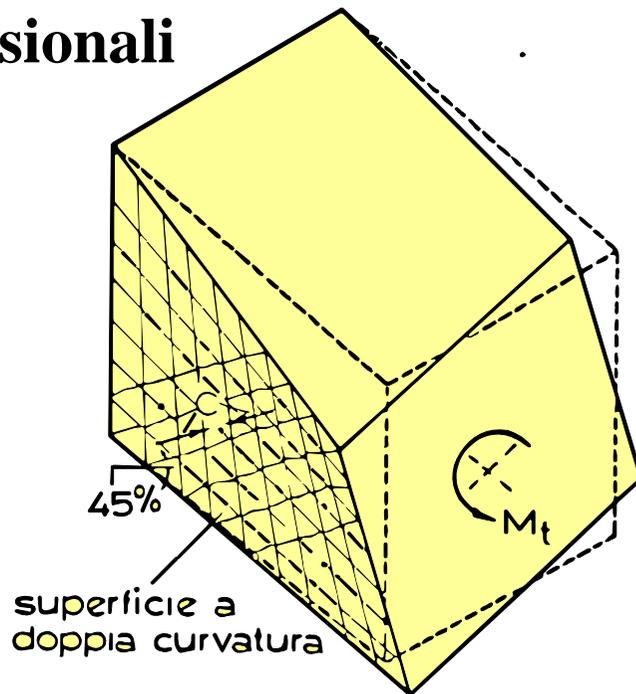
RESISTENZA RIDOTTA NEI PUNTONI DI CLS

$$f_{c2} = v f_{cd} \quad \text{EC2: } v = 0.6(1 - f_{ck}/250) \quad \text{con } f_{ck} \text{ in MPa}$$

$$\text{DM 08: } v = 0.5$$

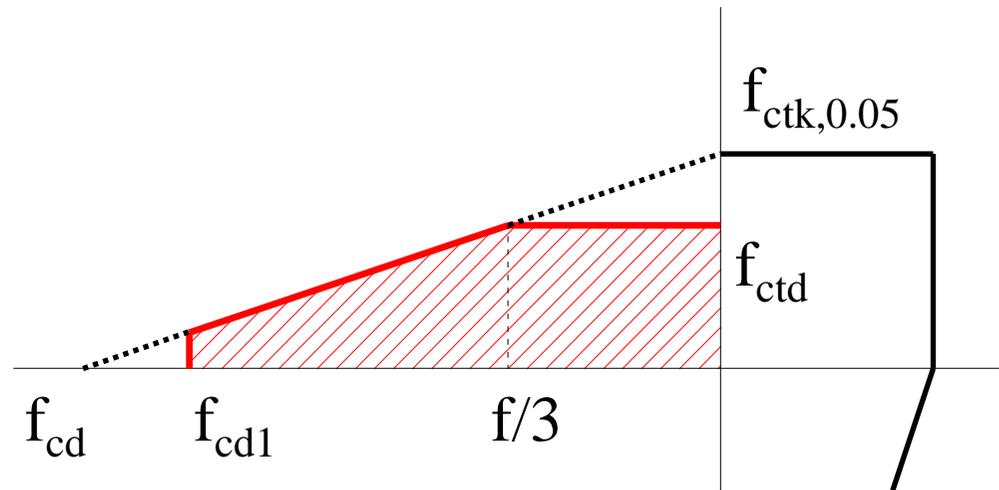
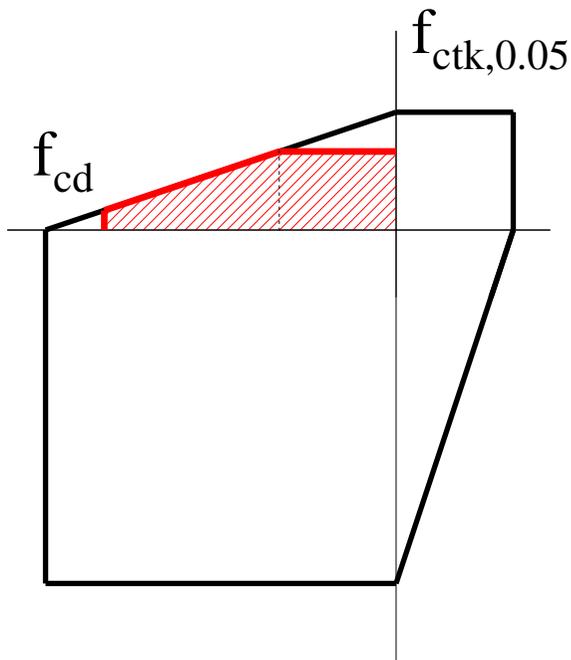
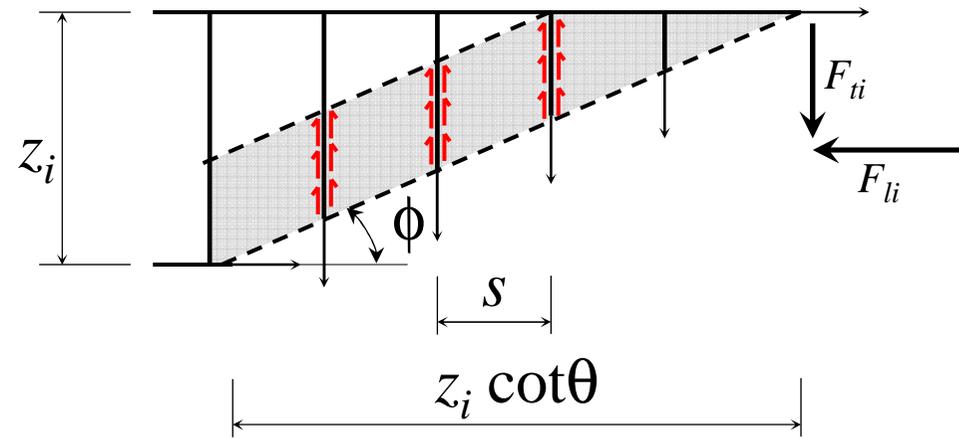
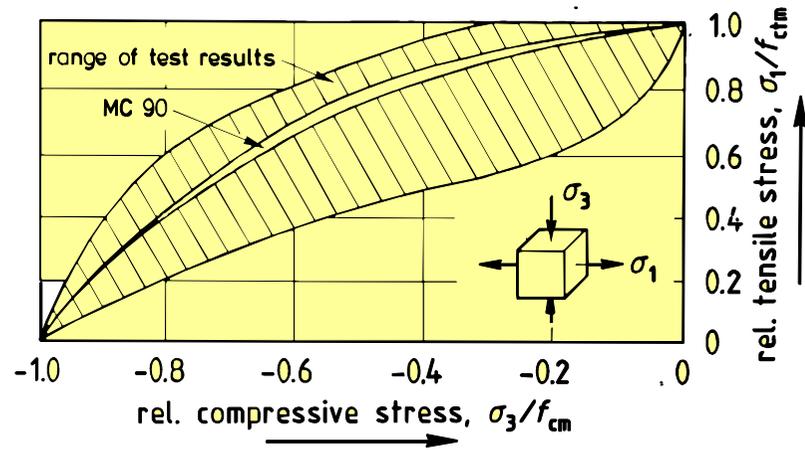
Classe	C20/25	C30/37	C40/50	C50/60	C60/75	C70/85	C80/95
v EC2	0.55	0.53	0.50	0.48	0.46	0.43	0.41

Sollecitazioni flessionali



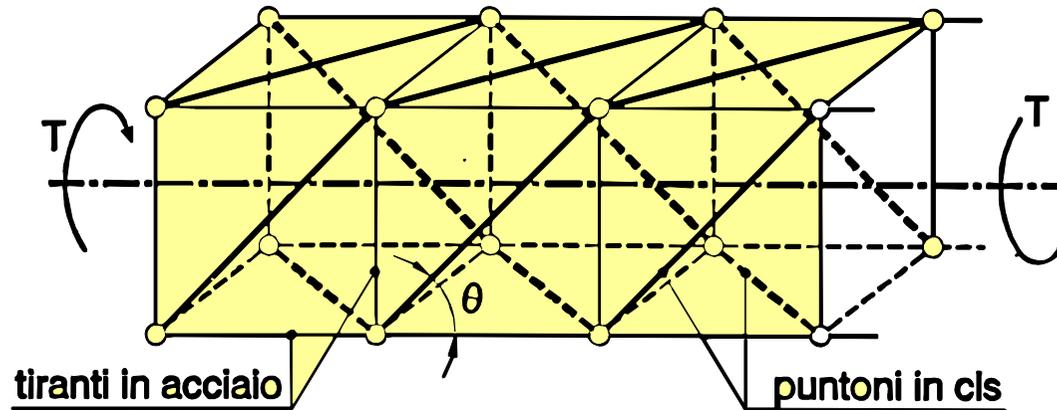
RESISTENZA RIDOTTA NEI PUNTONI DI CLS

Trazioni trasversali trasferite dalle staffe al cls



TRALICCIO DI RAUSCH (1929)

Il traliccio di Rausch è l'estensione spaziale di quello di Mörsch.



Ipotesi: si assume un'inclinazione di 45° dei puntoni di cls

Sostituendo $\theta = 45^\circ$ nelle relazioni precedenti si ottiene, in accordo con il DM96:

$$T_{Rsd} \leq 2A \frac{A_s}{s} f_{yd} \quad \text{staffe}$$

$$T_{Rld} \leq 2A \frac{\sum A_l}{u_m} f_{yd} \quad \text{barre longitudinali}$$

$$T_{Rcd} \leq \frac{1}{2} A \cdot t \cdot f_{cd} \quad \text{calcestruzzo (con } f_{c2} = 0.5f_{cd}\text{)}$$

ARMATURA BILANCIATA A TORSIONE

L'inclinazione θ dei puntoni di cls non deve necessariamente coincidere con l'inclinazione delle fessure; infatti l'inclinazione θ è rappresentativa del campo di tensione effettivo all'interno dei puntoni di cls, la cui direzione viene alterata dall'ingranamento degli inerti lungo le fessure.

Nel caso in cui le staffe e le armature longitudinali raggiungano contemporaneamente la condizione di snervamento, ed escludendo una rottura lato cls, si ottiene:

$$F_{ti} = \frac{T_u z_i}{2A_k} = A_{sw} f_{yw} \frac{z_i \cot \theta}{s} \Rightarrow T_u = \frac{A_{sw} f_{yw}}{s} 2A_k \cot \theta$$
$$F_{li} = \frac{T_u z_i}{2A_k} \cot \theta = A_{sl} f_{yl} \Rightarrow T_u = \frac{A_{sl} f_{yl}}{u_k} 2A_k \tan \theta$$

da cui si ottiene:

$$\tan^2 \theta = \frac{A_{sw} f_{yw}}{s} \Big/ \frac{A_{sl} f_{yl}}{u_k} \quad T_u = 2A_k \sqrt{\frac{A_{sl} f_{yl}}{u_k} \frac{A_{sw} f_{yw}}{s}}$$

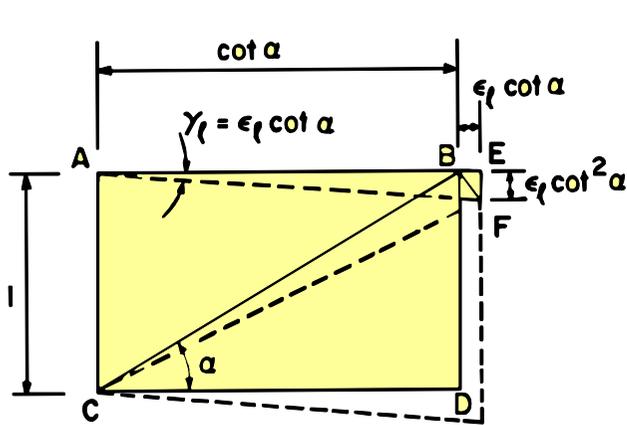
ARMATURA BILANCIATA A TORSIONE

Per acciai con $f_{yw} = f_{yl}$, il quantitativo teorico minimo di armatura totale per resistere ad un assegnato momento torcente di ottiene per $\theta = 45^\circ$. In tale caso si ha:

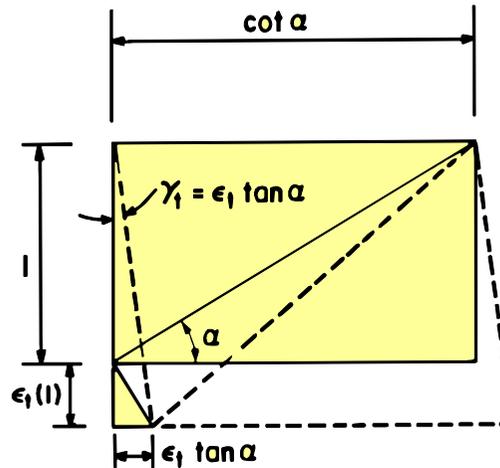
$$A_{sw} = \frac{T_u s}{2A_k f_{yw}} \quad A_{sl} = \frac{A_{sw} u_k}{s}$$

Pertanto si ottiene un'inclinazione di 45° dei puntoni di cls solo per determinate proporzioni tra le armature trasversali e longitudinali.

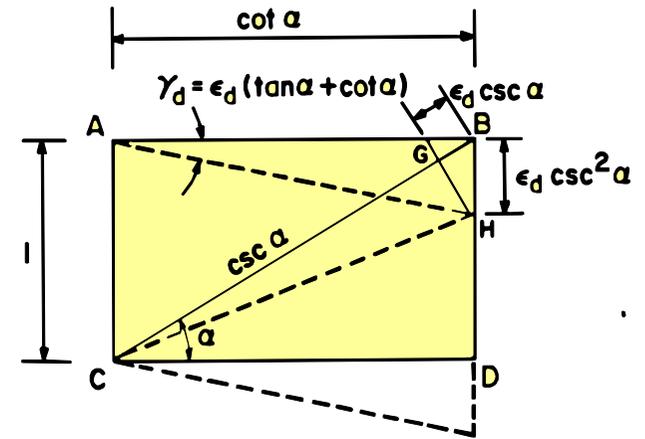
DEFORMAZIONE DELLE PARETI DEL TRALICCIO



γ dovuto a ε_l
 $\gamma_l = \varepsilon_l \cot \theta$



γ dovuto a ε_w
 $\gamma_w = \varepsilon_w \tan \theta$



γ dovuto a $-\varepsilon_c$
 $\gamma_c = -\varepsilon_c / (\sin \theta \cos \theta)$
 $= -\varepsilon_c (\tan \theta + \cot \theta)$

La deformazione tagliante totale risulta:

$$\gamma = \gamma_l + \gamma_w + \gamma_c = (\varepsilon_l - \varepsilon_c) \cot \theta + (\varepsilon_w - \varepsilon_c) \tan \theta$$

ed è minima se:

$$\tan^2 \theta = (\varepsilon_l - \varepsilon_c) / (\varepsilon_w - \varepsilon_c) \quad \text{in tal caso si ha:}$$

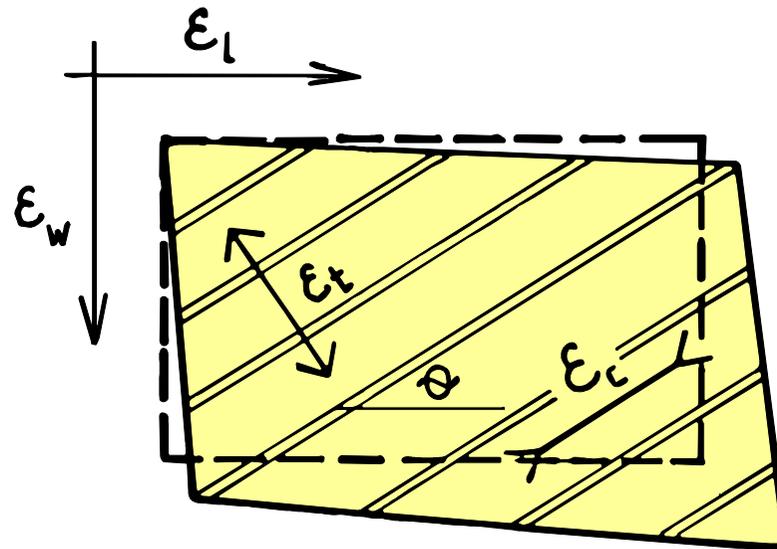
$$\gamma_{\min} = 2(\varepsilon_l - \varepsilon_c) \cot \theta = 2(\varepsilon_w - \varepsilon_c) \tan \theta \quad \text{da cui si ottengono:}$$

DEFORMAZIONE DELLE PARETI DEL TRALICCIO

le seguenti deformazioni principali:

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{array} \right\} = \frac{\varepsilon_l + \varepsilon_w}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\varepsilon_l - \varepsilon_w}{2}\right)^2 + \left(\frac{\gamma_{\min}}{2}\right)^2} = \begin{cases} \varepsilon_l + \varepsilon_w - \varepsilon_c \\ \varepsilon_c \end{cases}$$

aventi direzione rispettivamente ortogonale e parallela all'inclinazione θ delle bielle di compressione



INCLINAZIONE DEI PUNTONI DI CLS

Trascurando la deformazione ε_c del cls si ottiene:

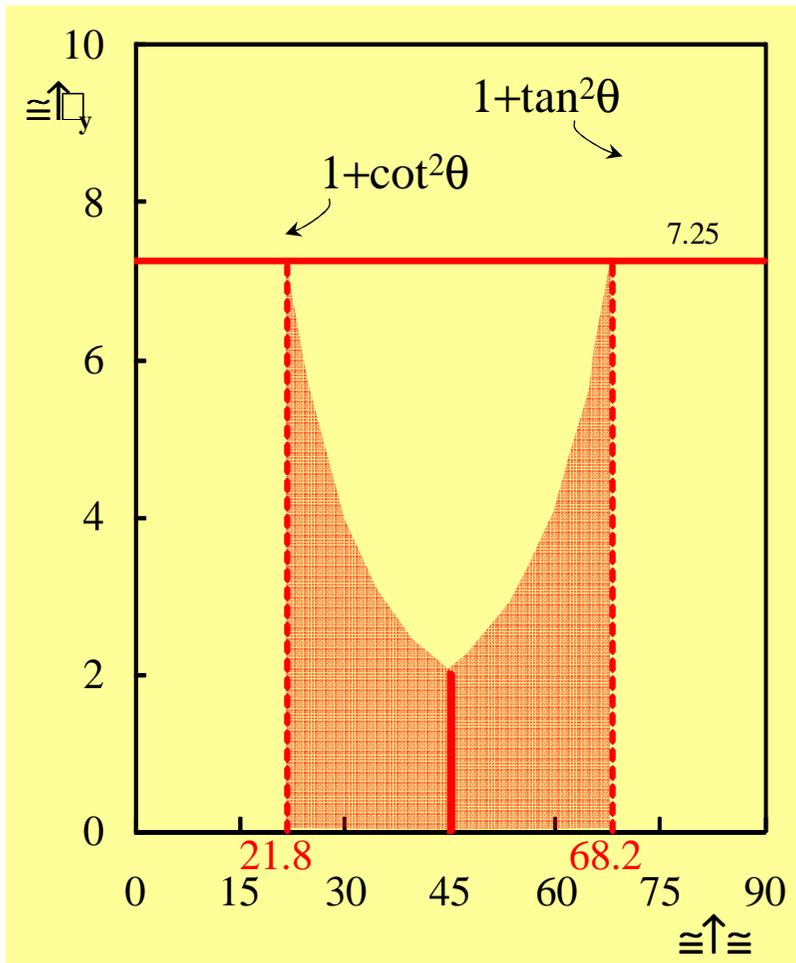
$$\varepsilon = \varepsilon_l + \varepsilon_w - \varepsilon_c \cong \varepsilon_l + \varepsilon_w \qquad \tan^2 \theta \cong \varepsilon_l / \varepsilon_w$$

e nella direzione dei puntoni di cls non si hanno scorrimenti se è attivo l'ingranamento degli inerti lungo le fessure. Tale circostanza risulta verificata se ε_1 non è molto più grande della deformazione di snervamento dell'armatura, ossia se si soddisfa la seguente condizione:

$$\varepsilon_1 \cong \varepsilon_l + \varepsilon_w = \varepsilon_w (1 + \tan^2 \theta) = \varepsilon_l (1 + \cot^2 \theta) \leq C\varepsilon_y = Cf_y / E_s$$

dove C dipende dall'ampiezza massima di apertura delle fessure che si intende avere allo SLU.

INCLINAZIONE DEI PUNTONI DI CLS



Nella condizione limite si può avere snervamento delle staffe:

$$\varepsilon_w = \varepsilon_y \Rightarrow \varepsilon_w / \varepsilon_y = (1 + \tan^2 \theta) \leq C$$

oppure snervamento delle barre:

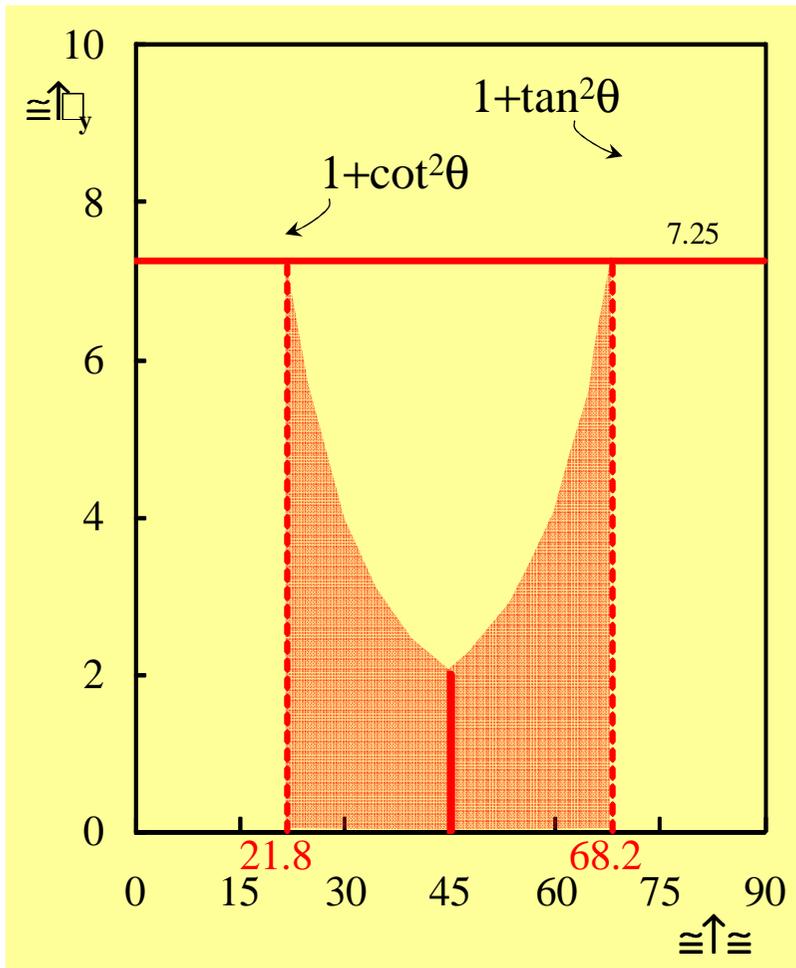
$$\varepsilon_l = \varepsilon_y \Rightarrow \varepsilon_l / \varepsilon_y = (1 + \cot^2 \theta) \leq C$$

Per $\theta = 45^\circ$ si ha lo snervamento simultaneo delle staffe e delle barre.

Per $\theta < 45^\circ$ le staffe si snervano per prime, provocando una rapida crescita delle fessure finché non si snervano le barre.

Per $\theta > 45^\circ$ si snervano prima le barre longitudinali.

INCLINAZIONE DEI PUNTONI DI CLS



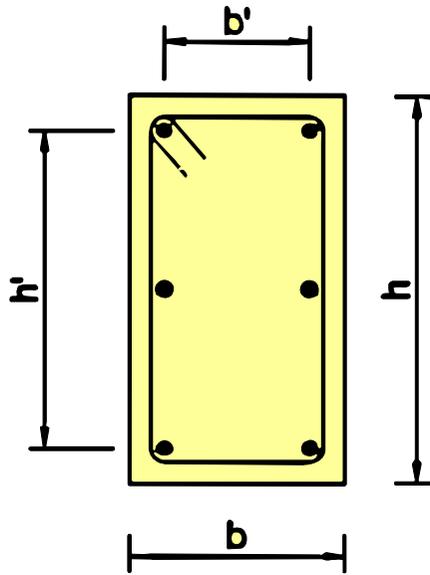
Allo scopo di limitare la fessurazione e di prevenire allo snervamento sia delle staffe sia delle barre, l'inclinazione θ dei puntoni di cls può assumere i seguenti valori:

EC2

$$1.0 \leq \cot \theta \leq 2.5 \quad (21.8^\circ \leq \theta \leq 45^\circ)$$

DM 08

$$0.4 \leq \cot \theta \leq 2.5 \quad (21.8^\circ \leq \theta \leq 68.2^\circ)$$



ESEMPIO 1

Calcestruzzo C25/30	$f_{ck} = 25 \text{ MPa}$
Acciaio B450C	$f_{yk} = 450 \text{ MPa}$
Larghezza	$b = 400 \text{ mm}$
Altezza	$h = 600 \text{ mm}$
Copriferro	$c = 20 \text{ mm}$
Staffe $\Phi 8/100$	$A_{sw} = 50 \text{ mm}^2$
Barre $6\Phi 16$	$A_{sl} = 924 \text{ mm}^2$

DM08

Tensione di calcolo cls $f_{cd} = f_{ck} \cdot \alpha_{cc} / \gamma_c = 25 \cdot 0.85 / 1.5 = 14.17 \text{ MPa}$

Tensione di calcolo acciaio $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s = 450 / 1.15 = 391.30 \text{ MPa}$

Spessore della sezione cava $2c' \leq t \leq A_c / u \rightarrow 56 \text{ mm} \leq t \leq 120 \text{ mm}$

ESEMPIO 1

Spessore della sezione cava

$$t = A_c / u = 400 \cdot 600 / (2 \cdot (400 + 600)) = 120 \text{ mm}$$

Area racchiusa
dalla fibra media

$$A = (400 - 120) \cdot (600 - 120) = 134400 \text{ mm}^2$$

Perimetro medio

$$u_m = 2 \cdot (400 - 120 + 600 - 120) = 1520 \text{ mm}^2$$

1) Inclinazione θ

$$\cot \theta = (a_l / a_s)^{1/2} = 1.10 \rightarrow \theta = 42.20^\circ$$

$$\text{con: } a_l = \Sigma A_l / u_m = 924 / 1520 = 0.608$$

$$a_s = A_s / s = 50 / 100 = 0.5$$

Staffe

$$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot A_s / s \cdot f_{yd} \cdot \text{ctg} \theta = 2 \cdot 134400 \cdot 50 / 100 \cdot 391.30 \cdot 1.10 = 57.98 \text{ kNm}$$

Barre

$$T_{Rld} = 2 \cdot A \cdot \Sigma A_l / u_m \cdot f_{yd} / \text{ctg} \theta = 2 \cdot 134400 \cdot 924 / 1520 \cdot 391.30 / 1.10 = 57.98 \text{ kNm}$$

Cls

$$T_{Rcd} = 2 \cdot A \cdot t \cdot f'_{cd} \cdot \text{ctg} \theta / (1 + \text{ctg} \theta) = 2 \cdot 134400 \cdot 120 \cdot 0.5 \cdot 14.1 \cdot 1.10 / (1 + 1.10^2) \\ = 113.24 \text{ kNm}$$

ESEMPIO 1

2) Inclinazione θ

$$\cot \theta = 1 \quad \rightarrow \theta = 45^\circ$$

Staffe

$$T_{Rsd} = 2 \cdot A \cdot A_s / s \cdot f_{yd} \cdot \operatorname{ctg} \theta = 2 \cdot 134400 \cdot 50 / 100 \cdot 391.30 \cdot 1 = \mathbf{52.59} \text{ kNm}$$

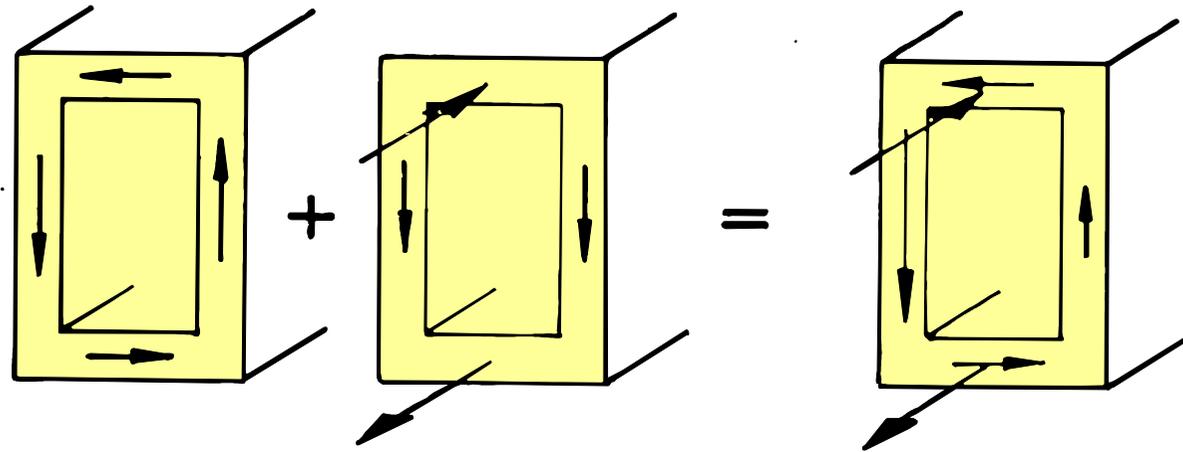
Barre

$$T_{Rld} = 2 \cdot A \cdot \Sigma A_l / u_m \cdot f_{yd} / \operatorname{ctg} \theta = 2 \cdot 134400 \cdot 924 / 1520 \cdot 391.30 / 1 = 63.94 \text{ kNm}$$

Cls

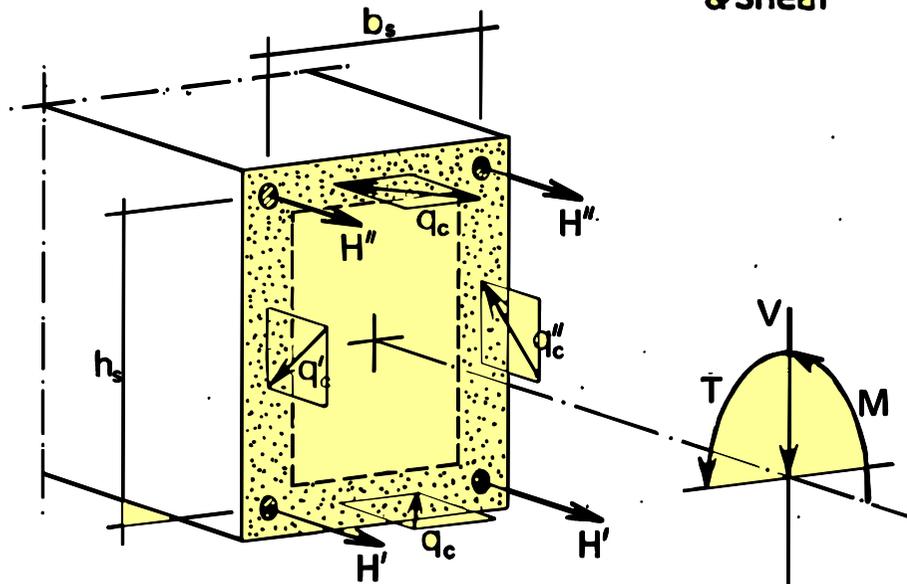
$$\begin{aligned} T_{Rcd} &= 2 \cdot A \cdot t \cdot f'_{cd} \cdot \operatorname{ctg} \theta / (1 + \operatorname{ctg} \theta) = 2 \cdot 134400 \cdot 120 \cdot 0.5 \cdot 14.1 \cdot 1 / (1 + 1) \\ &= 113.78 \text{ kNm} \end{aligned}$$

STATI LIMITE ULTIMI PER SOLLECITAZIONI COMPOSTE



torsion

bending
& shear



$$N_{sdi} = N \pm \frac{M_{sd}}{z} - \frac{T_{sd}(b-t)}{2A_k} \cot \theta$$

$$V_{sdi(\text{verticali})} = \frac{V_{sd}}{2} \pm \frac{T_{sd}(h-t)}{2A_k}$$

$$V_{sdi(\text{orizzontali})} = \pm \frac{T_{sd}(b-t)}{2A_k}$$

STATI LIMITE ULTIMI PER SOLLECITAZIONI COMPOSTE

Verifiche

$$N_{sdi} \leq A_{sli} f_{yld} \quad V_{sdi} \leq A_{sw} f_{ywd} \frac{z_i \cot \theta}{s} \quad V_{sdi} \leq v \cdot f_{cd} \cdot t \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta$$

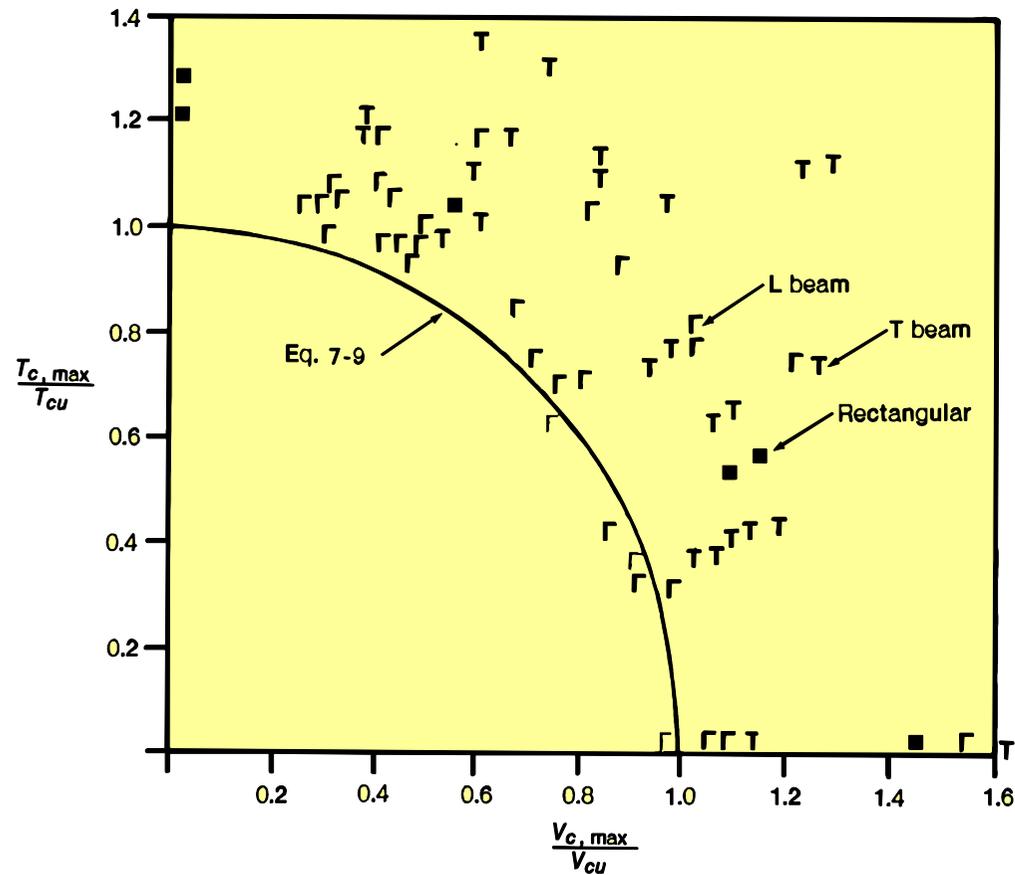
Tali formule sono valide anche per la parete superiore se fessurata.

Viceversa si ha:

$$\sigma = \frac{N_{sdi}}{tb} \quad \tau = \frac{V_{sdi}}{t(b-t)} \Rightarrow \quad \sigma_I = \sqrt{\frac{\sigma^2}{4} + \tau^2} - \frac{\sigma}{2} < f_{ctd}$$

Le armature di torsione si sommano a quelle di flessione, nelle zone compresse possono essere diminuite proporzionalmente alla risultante delle compressioni.

STATI LIMITE ULTIMI PER TORSIONE – TAGLIO



Verifica delle bielle compresse:

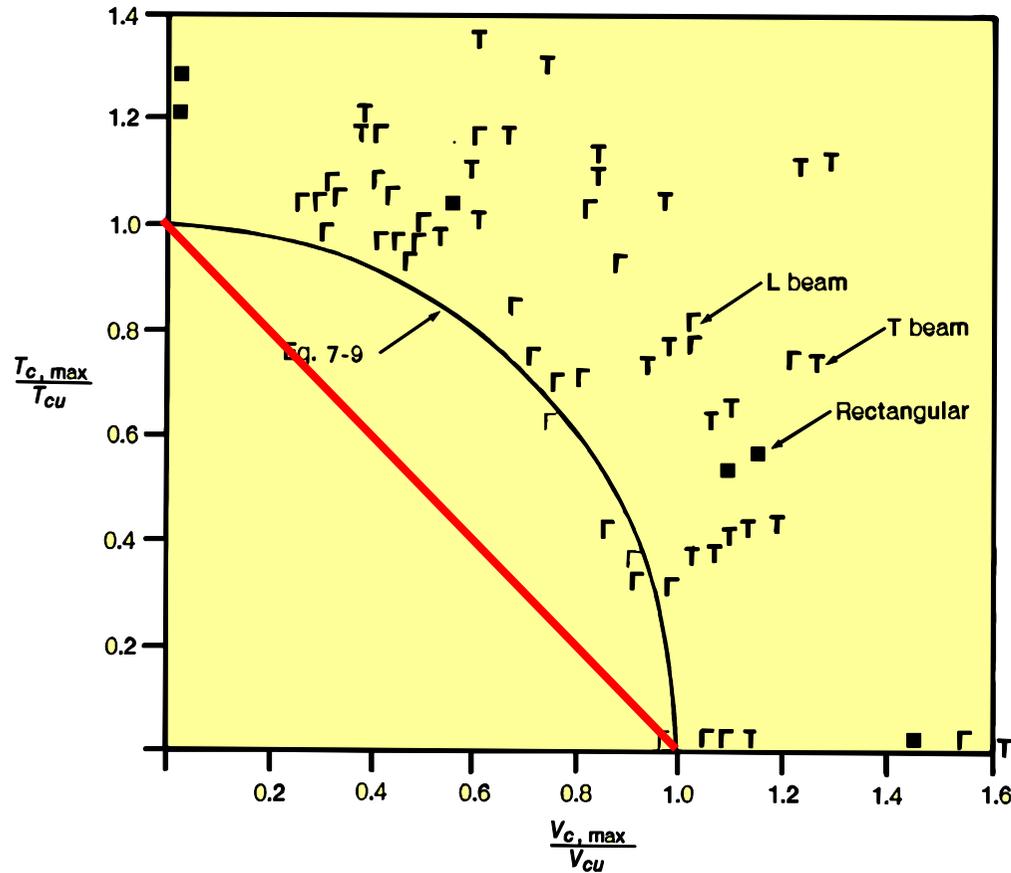
$$\underline{\text{EC2}} \quad \left(\frac{T_{sd}}{T_{Rd1}} \right)^2 + \left(\frac{V_{sd}}{V_{Rd2}} \right)^2 \leq 1$$

dove

$$T_{Rd1} = v \cdot f_{cd} \cdot 2A_k \cdot t \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta$$

$$V_{Rd2} = v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot z \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta$$

STATI LIMITE ULTIMI PER TORSIONE – TAGLIO



Verifica delle bielle compresse:

DM08

$$\frac{T_{Ed}}{T_{Rcd}} + \frac{V_{Ed}}{V_{Rcd}} \leq 1$$

dove

$$T_{Rcd} = 2A \cdot t \cdot f'_{cd} \cdot \frac{\cot \theta}{(1 + \cot^2 \theta)}$$

$$V_{Rcd} = 0.9 d b_w \alpha_w f'_{cd} \frac{(\cot \alpha + \cot \theta)}{(1 + \cot^2 \theta)}$$