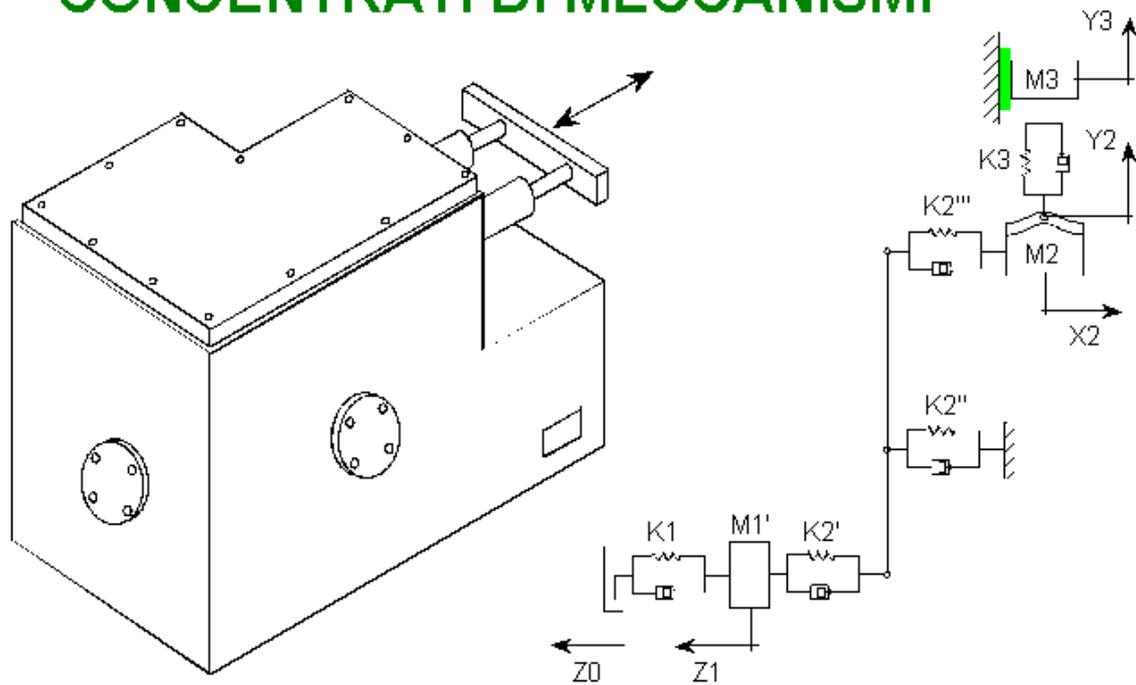
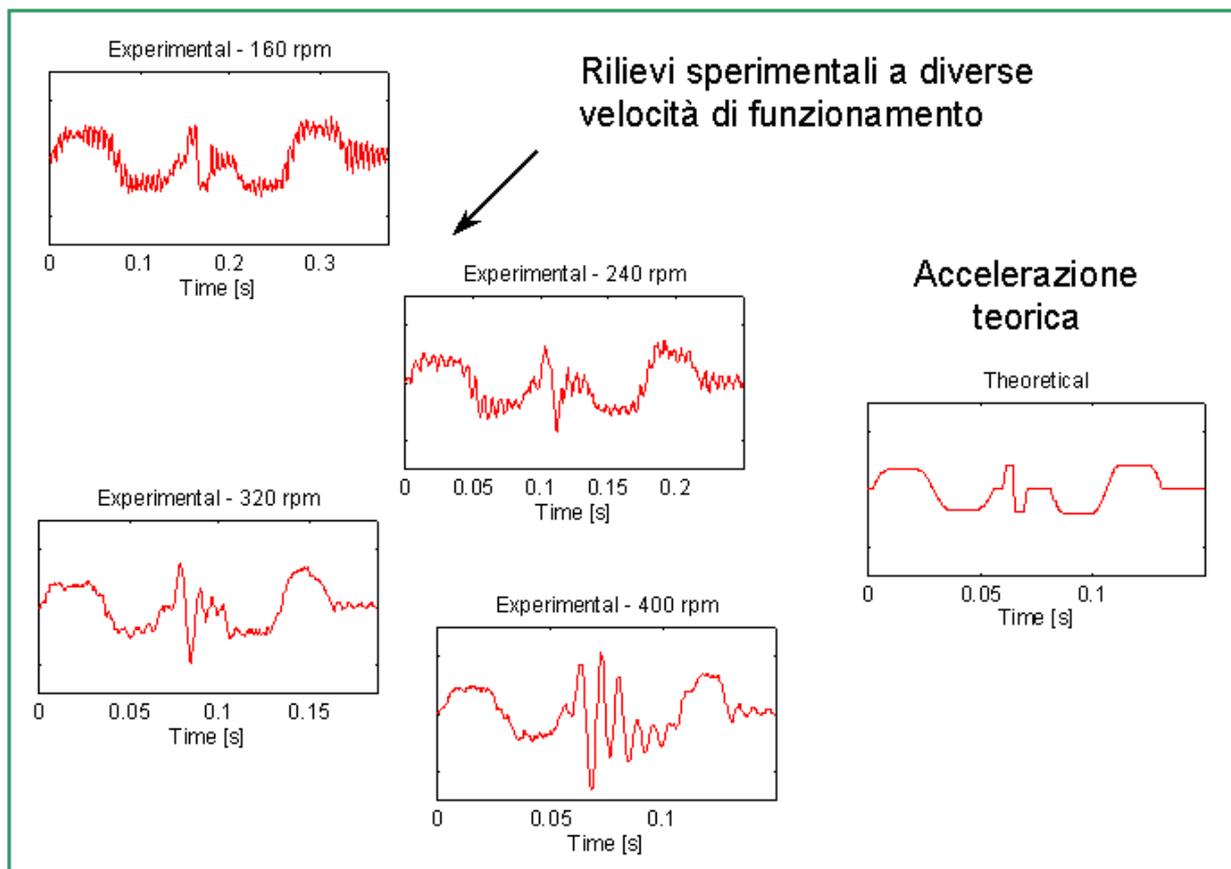


MODELLAZIONE A PARAMETRI CONCENTRATI DI MECCANISMI

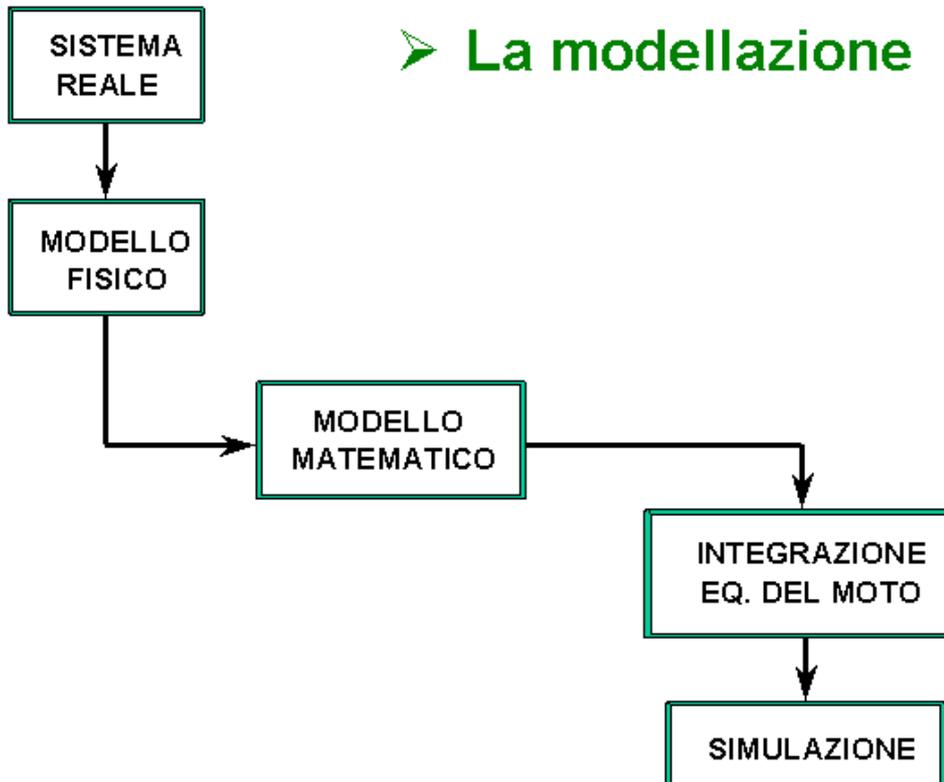




➤ Osservazioni

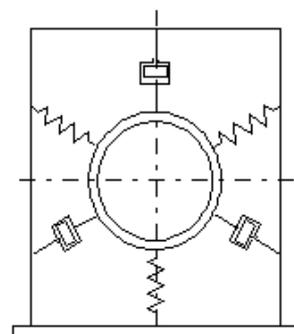
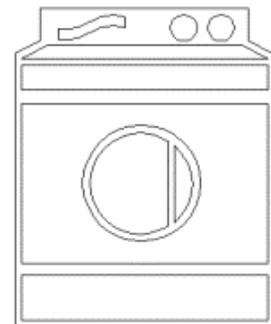
- ❑ I fenomeni dinamici risultano **più intensi con l'aumentare della velocità della macchina** e possono risultare inaccettabili per macchine di elevate prestazioni (velocità, precisione).
- ❑ Occorre **individuare le cause** che danno origine agli effetti dinamici indesiderati, al fine di ridurli entro limiti accettabili per le specifiche funzionali della macchina.
- ❑ A questo scopo, è particolarmente utile l'impiego di **modelli** atti a simulare adeguatamente l'effettivo comportamento dinamico dei meccanismi; infatti risulta possibile:
 - individuare i **parametri costruttivi critici** per il comportamento dinamico
 - verificare gli **effetti della modifica** di tali parametri a livello di simulazione

➤ La modellazione



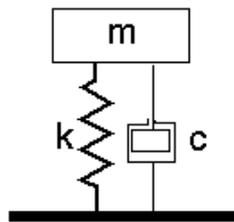
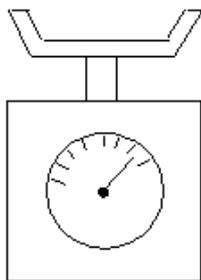
➤ Il modello fisico

- ❑ Per studiare un sistema meccanico se ne deve formulare un adeguato **MODELLO FISICO**
- ❑ Il **MODELLO FISICO** è un sistema immaginario ritenuto equivalente al sistema reale
 - nell'ambito di una prefissata **approssimazione**
 - rispetto alle caratteristiche che riguardano lo studio a cui si è interessati.



➤ Il modello matematico

- ❑ Formulato il modello fisico, si deduce da esso il **MODELLO MATEMATICO**
 - le **equazioni** che descrivono il modello fisico stesso e che, risolte, permettono di analizzare il suo comportamento.



$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F$$

➤ Il 'dilemma' della modellazione

- ❑ **Cosa includere** nel modello fisico per renderlo sufficientemente preciso ?
- ❑ Come mantenerlo **semplice** per rendere possibile e ragionevolmente **rapida** la soluzione del corrispondente modello matematico con gli strumenti di calcolo a disposizione ?

Quale è il "MIGLIOR MODELLO" ?

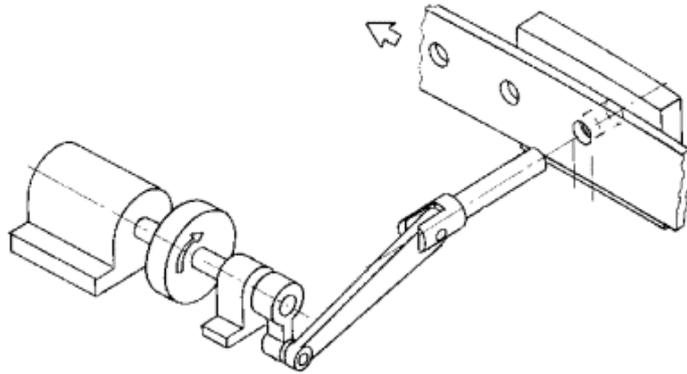
Il miglior modello è sempre il più semplice modello che risponde agli scopi e ai criteri che lo studio si propone.

*Il passaggio dal sistema reale al modello fisico comporta necessariamente delle **approssimazioni consapevolmente accettate**, che consistono principalmente nel trascurare tutto quanto provoca effetti piccoli sul comportamento del sistema.*

➤ Modellare i meccanismi

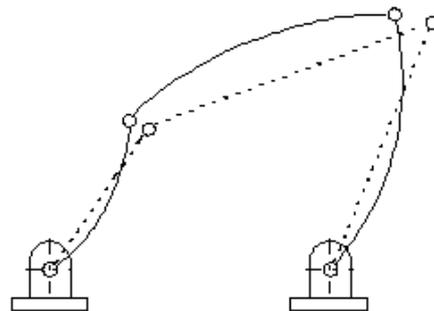
- ❑ Il modello fisico per lo studio del comportamento vibratorio di un meccanismo è necessariamente più complesso di quello impiegato per l'**analisi cinematica** o per l'**analisi dinamica di corpo rigido**, nelle quali si fanno le seguenti **approssimazioni**:
 - membri perfettamente rigidi
 - assenza di gioco nelle coppie cinematiche

- ❑ I meccanismi sono composti da **membri elastici** che si deformano sotto l'azione delle forze trasmesse e delle forze di inerzia.



➤ Modellare i meccanismi

- ❑ Trascurare tale deformabilità (cedevolezza) elastica è **possibile solo se**
 - le **forze trasmesse sono piccole**
 - **velocità ed accelerazioni sono ridotte.**

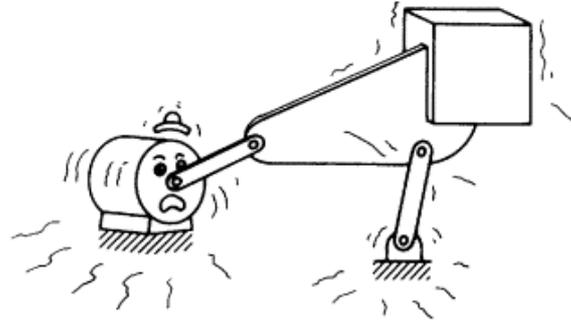
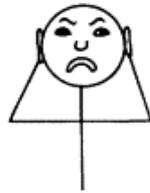
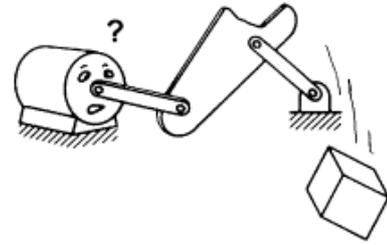


- ❑ Un meccanismo progettato "cinematicamente" può non essere in grado di svolgere correttamente la propria funzione se fatto operare ad alte velocità.

➤ Modellare i meccanismi

- ❑ Nel campo specifico delle **macchine automatiche** sono sempre più pressanti le seguenti **esigenze**:

- operare ad **alta velocità**
- **manipolare accuratamente** il prodotto
- minimizzare il livello di **vibrazioni e rumore**



➤ Modellare i meccanismi

- ❑ Per macchine automatiche di **elevate prestazioni**, l'attenzione va rivolta all'analisi **CINETO-ELASTO-DINAMICA** dei meccanismi, che permette di simulare adeguatamente l'effettivo **comportamento dinamico e vibratorio**.
- ❑ In tale analisi si tiene sempre conto di:
 - **cedevolezza** elastica dei membri
 - **proprietà inerziali** dei membri
- ❑ Diverse indagini hanno inoltre mostrato che il comportamento vibratorio è influenzato in modo determinante da:
 - **giochi** nelle coppie cinematiche
 - **attriti**
 - **variabilità dei parametri** con la configurazione del meccanismo

➤ **Cedevolezza elastica e proprietà inerziali**

- ❑ Sono messe in conto correttamente se il modello è in grado di **riprodurre i primi modi di vibrare** di ciascuno membro (spesso è sufficiente tenere conto del primo modo), le cui frequenze proprie cadono nel campo di frequenza di effettivo interesse.

➤ **Giochi**

- ❑ Durante il moto possono aversi **perdite di contatto** tra due membri:
 - il sistema si modifica (**non linearità !**)
 - si hanno **urti** che eccitano **vibrazioni**

- ❑ I giochi sono destinati ad aumentare per usura:
 - occorre tenerne conto per **prevedere l'evoluzione temporale** del comportamento del meccanismo in conseguenza dell'**usura**.

➤ Attriti

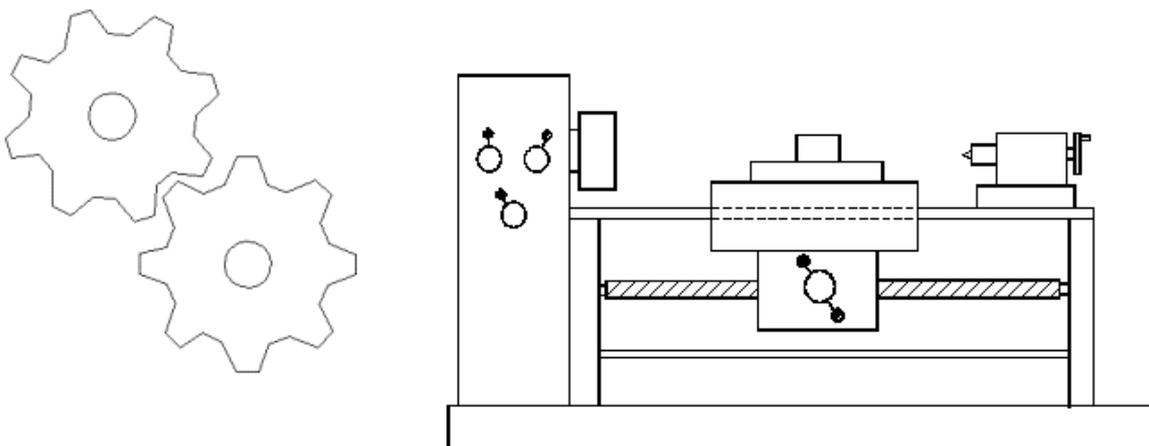
- ❑ **Non possono essere trascurati** (determinano lo smorzamento delle vibrazioni libere e influenzano l'ampiezza delle vibrazioni forzate).

- ❑ Le resistenze passive :
 - smorzamento strutturale
 - resistenza di fluidi
 - attriti nelle coppie cinematiche
 -possono essere spesso modellate in maniera 'globale' con **resistenze viscoso equivalenti**.

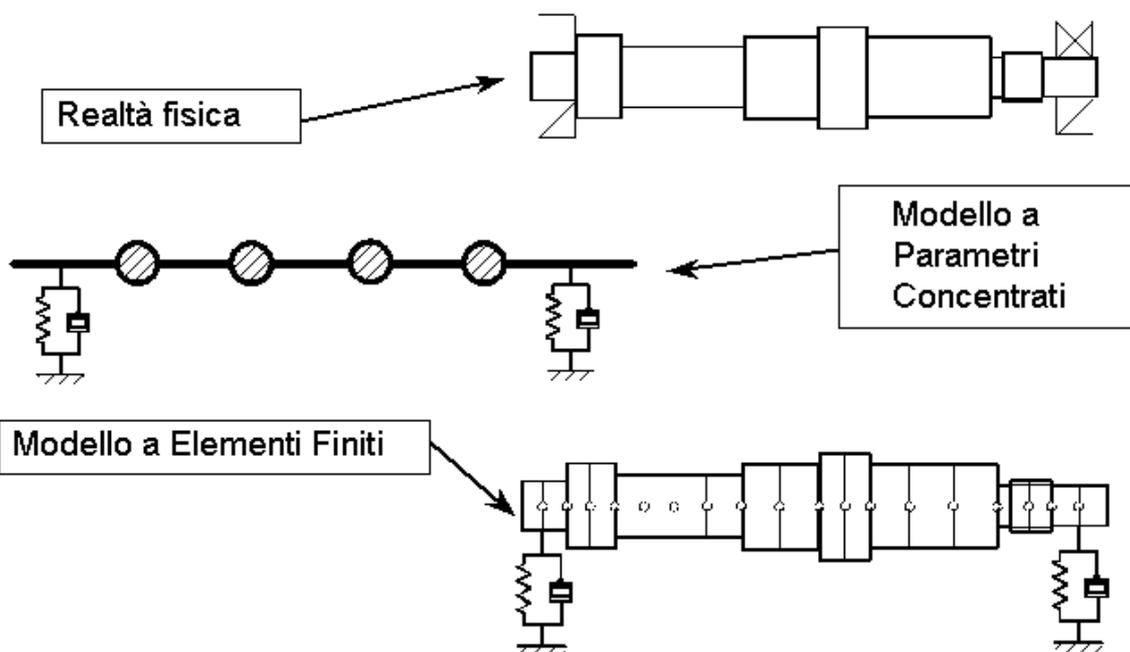
- ❑ A volte è necessario modellare alcune azioni dissipative in maniera specifica, in particolare nel caso di **attrito secco** (di tipo Coulombiano): ciò introduce non linearità.

➤ Variabilità dei parametri

- ❑ Spesso è necessario considerare i valori numerici di alcuni parametri del modello come variabili (non linearità).



➤ Metodologie di modellazione



➤ La modellazione a parametri concentrati

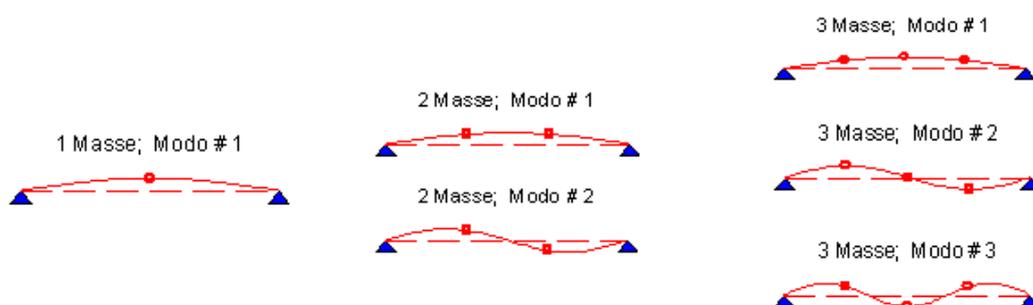
- ❑ Il modello fisico è costituito da elementi, ciascuno dei quali rappresenta una sola proprietà meccanica (elementi inerziali, rigidità, elementi dissipativi, giochi, ...).
- ❑ *Criteri generali*
 - **Limitare il numero di parametri** a quello essenziale affinché il modello riproduca il comportamento vibratorio del meccanismo entro il campo di frequenza di interesse
 - **Minimizzare l'impegno** richiesto per la valutazione dei parametri
 - **Rendere facilmente possibili modifiche** nel modello a seguito di modifiche del meccanismo
 - **Rendere i risultati facilmente interpretabili**

➤ Il Modello a Parametri Concentrati

- ❑ E' caratterizzato dai soli g.d.l. essenziali (generalmente non più di 3 g.d.l. per membro)
- ❑ Ha un significato fisico chiaro ed intuitivo dei g.d.l.
- ❑ E' facile modellare le non linearità
- ❑ E' facile includere nel modello le caratteristiche di componenti elettromeccanici e gli algoritmi di controllo, ottenendo un modello dinamico omogeneo
- ❑ E' una metodologia 'classica' e molto impiegata per l'analisi cinetoelastodinamica di meccanismi a camma e di meccanismi per macchine automatiche

➤ Gradi di libertà ed elementi inerziali

- ❑ Ad ogni **elemento inerziale** (massa o momento di inerzia) è associata un **coordinata** (spostamento lineare od angolare), che corrisponde ad uno dei **g.d.l.** del modello.
- ❑ Il **numero di elementi inerziali** necessari per modellare un membro cresce con il numero di **modi di vibrare** del membro stesso che si vogliono mettere in conto.

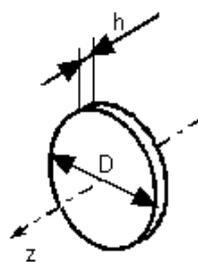


➤ Gradi di libertà ed elementi inerziali

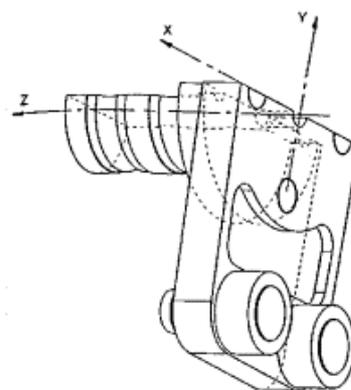
- ❑ Di solito si considera il primo modo di vibrare di ciascun membro, al più anche il secondo.
 - ❑ Teoricamente i risultati possono essere migliorati aggiungendo ulteriori gradi di libertà.
 - ❑ Per i campi di frequenze solitamente considerati, si ottiene generalmente una adeguata modellazione di un meccanismo con l'impiego di un numero relativamente basso di g.d.l.
 - ❑ Gli elementi inerziali devono possedere la stessa energia cinetica del sistema reale, sia per il moto rigido, che per i moti vibratorii ad esso sovrapposti.
- ❑ Tra due masse sono sempre interposti:
 - **Rigidezze**
 - **Elementi dissipativi** (smorzamenti)
 - **Giochi** (eventualmente)

➤ Come valutare i parametri inerziali

- ❑ Elementi associati a coordinate lineari ---> masse
- ❑ Elementi associati a coordinate angolari ---> momenti di inerzia
 - forma semplice
 - forma complessa (modellatore solido)



$$J_z = \frac{\rho \pi D^4 h}{32} = \frac{MD^2}{8}$$

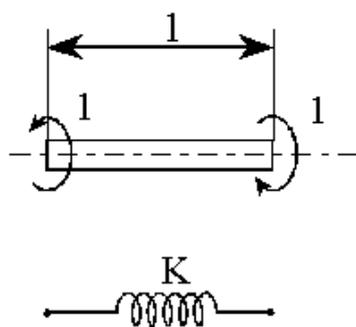


➤ Rigidezze

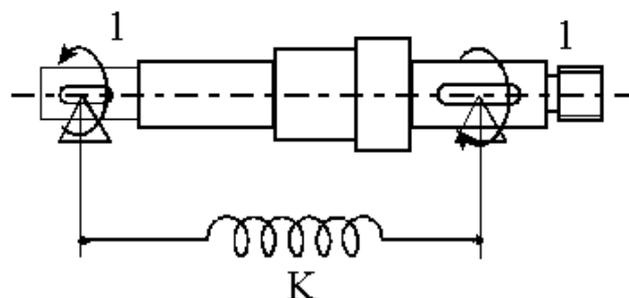
- ❑ Le rigidezze modellano la **deformabilità elastica** dei membri, che fa sì che lo spostamento relativo tra le coordinate sia diverso da quello cinematico.
- ❑ Una **rigidezza** interposta tra due masse (momenti di inerzia) si valuta come la forza (coppia) necessaria a produrre lo spostamento (rotazione) relativo unitario tra le coordinate delle due masse (momenti di inerzia).
- ❑ La **cedevolezza** è l'inverso della rigidezza ($1/K$).
- ❑ Un membro può considerarsi perfettamente rigido, se si può ritenere che la sua deformazione influenzi poco i modi di vibrare del meccanismo assemblato: in tal caso se ne ripartisce la massa fra i membri adiacenti.

➤ Rigidezze

❑ Forma semplice



❑ Forma complessa (FEM)



$$\frac{1}{K} = \frac{l}{GI_p}$$

➤ Rigidezze

- ❑ Si tenga presente che:
- ❑ Le rigidezze ottenute dal calcolo sono spesso **superiori** alle rigidezze effettive. In letteratura si afferma che può esistere un **rapporto 2-4** tra le rigidezze stimate e quello effettive.
- ❑ Ciò è dovuto alla presenza di:
 - coppie cinematiche
 - cedevolezza locali (cedevolezza di contatto)
 - distribuzione delle tensioni in prossimità dei carichi di cui è difficile tenere conto con accuratezza.
- ❑ Le rigidezze del sistema si possono valutare in maniera accurata solo mediante **prove sperimentali** (su prototipi o meccanismi già esistenti).
- ❑ E' necessario operare una **validazione sperimentale** del modello.

➤ Attriti e fenomeni dissipativi

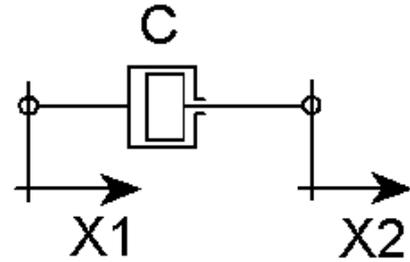
- Le resistenze passive possono essere modellate in vari modi:
 - smorzatori viscosi
 - smorzatori non-lineari
 - attrito coulombiano

- Generalmente il primo e l'ultimo utilizzati in combinazione danno buoni risultati.
- Il punto chiave è la **stima dell'entità dello smorzamento**:
- In letteratura si afferma che **non esistono regole chiare** per quantificarne il valore.
- Anche su questo punto è necessario operare una **validazione sperimentale** del modello.

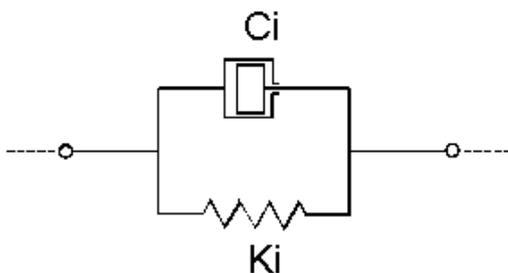
➤ Smorzatore Viscoso

- La forza è proporzionale alla velocità.

$$F_V = -C(\dot{X}_2 - \dot{X}_1)$$



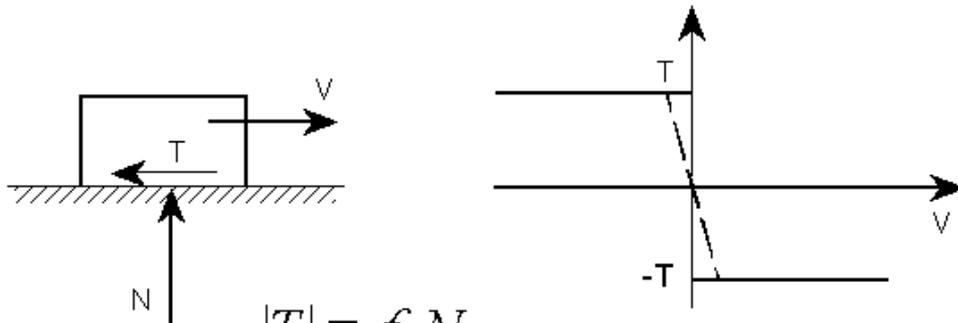
- Per un modello a più gradi di libertà è comune adottare l'ipotesi di **smorzamento proporzionale**: si considera la costante dello smorzamento proporzionale alla rigidezza corrispondente.



$$C_i = q K_i$$

- Il coefficiente q_i può essere determinato mediante il confronto con i dati sperimentali nel corso della validazione.

➤ Attrito Coulombiano

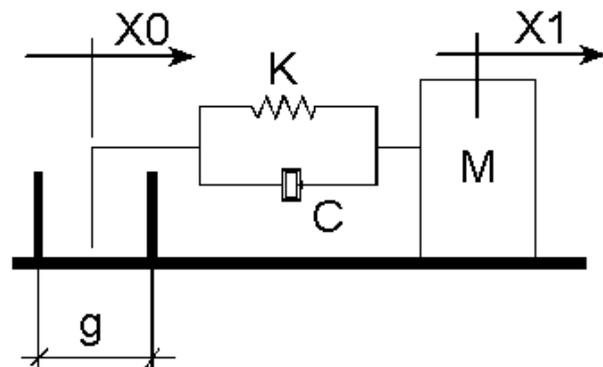
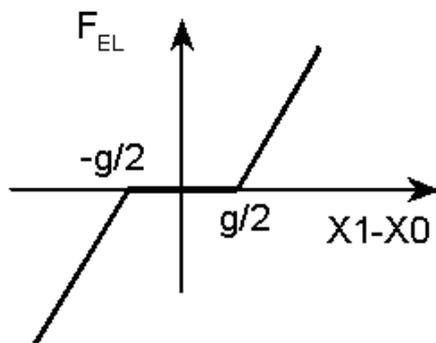


$$|T| = f N$$

$$F = -\text{sign}(V) |T|$$

- Esempi:
 - Attrito tra slitte e guide
 - Attrito tra organi in moto e tenute
- A volte si dispone di dati di catalogo

➤ Giochi



$$F_{EL} = -K (X_1 - X_0 - g/2)$$

$$X_1 - X_0 > g/2$$

$$F_{EL} = -K (X_1 - X_0 + g/2)$$

$$X_1 - X_0 < -g/2$$

$$F_{EL} = 0$$

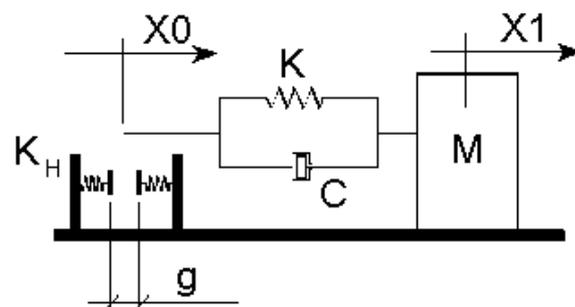
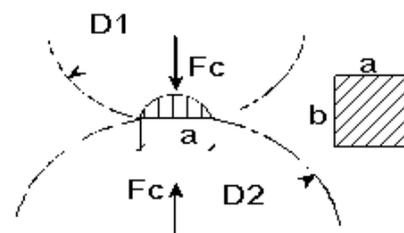
$$|X_1 - X_0| \leq g/2$$

➤ Contatto Hertziano

$$F_{EL} = -\tilde{K} (X_1 - X_0 \mp g/2)$$

$$\frac{1}{\tilde{K}} = \frac{1}{K_H} + \frac{1}{K}$$

$$K_H = \frac{1}{2} \cdot \frac{b \cdot E'}{2 \cdot \ln \frac{D}{a} - \nu'}$$



$$a = \sqrt{\frac{4 \cdot F_c \cdot D}{b \cdot E'}} ; \quad \frac{1}{D} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} ; \quad E' = \frac{\pi \cdot E}{1 - \nu^2} ; \quad \nu' = \frac{\nu}{1 - \nu}$$

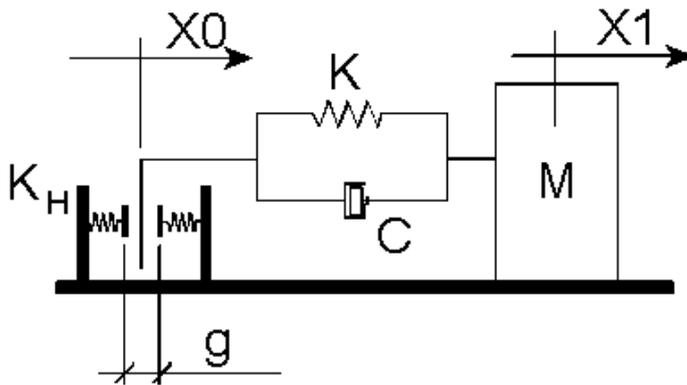
➤ Schiacciamento del Lubrificante

$$F_V = -C (\dot{X}_1 - \dot{X}_0) \quad |X_1 - X_0| > g/2$$

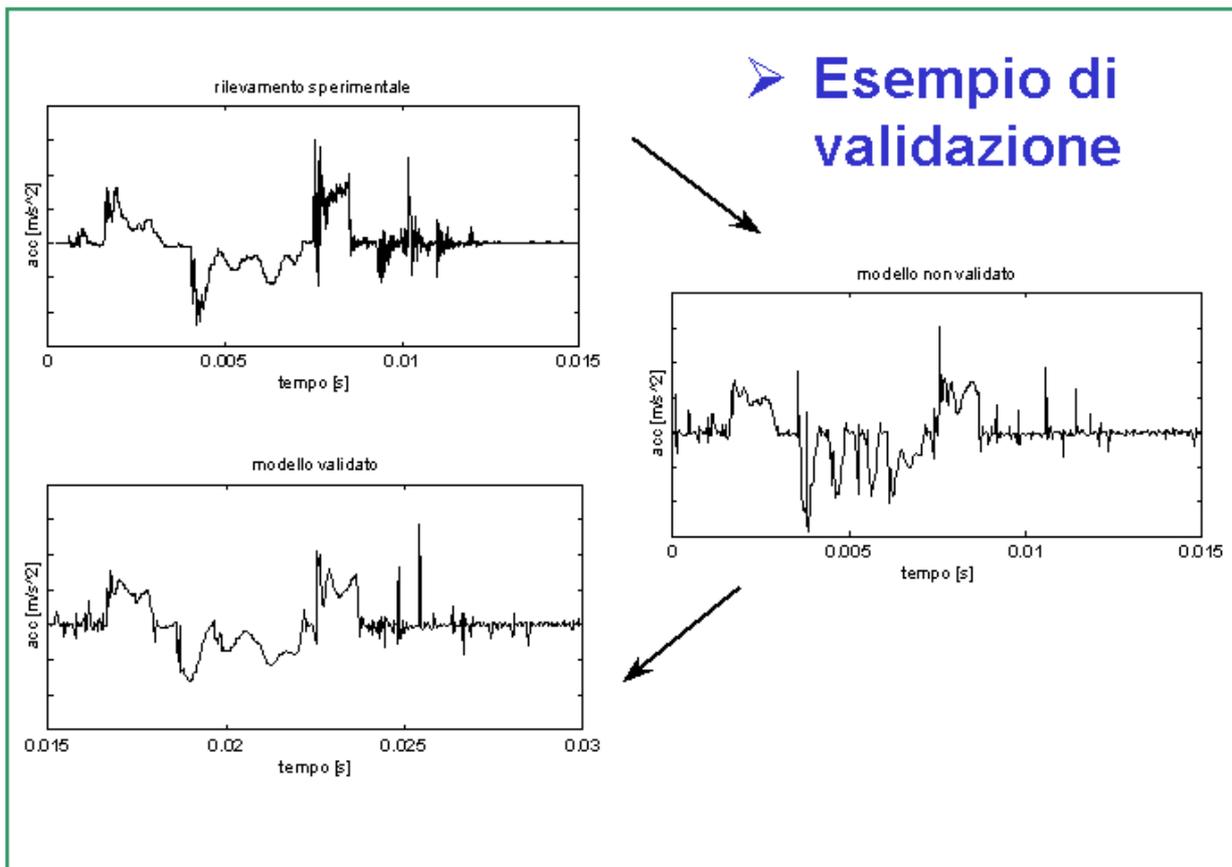
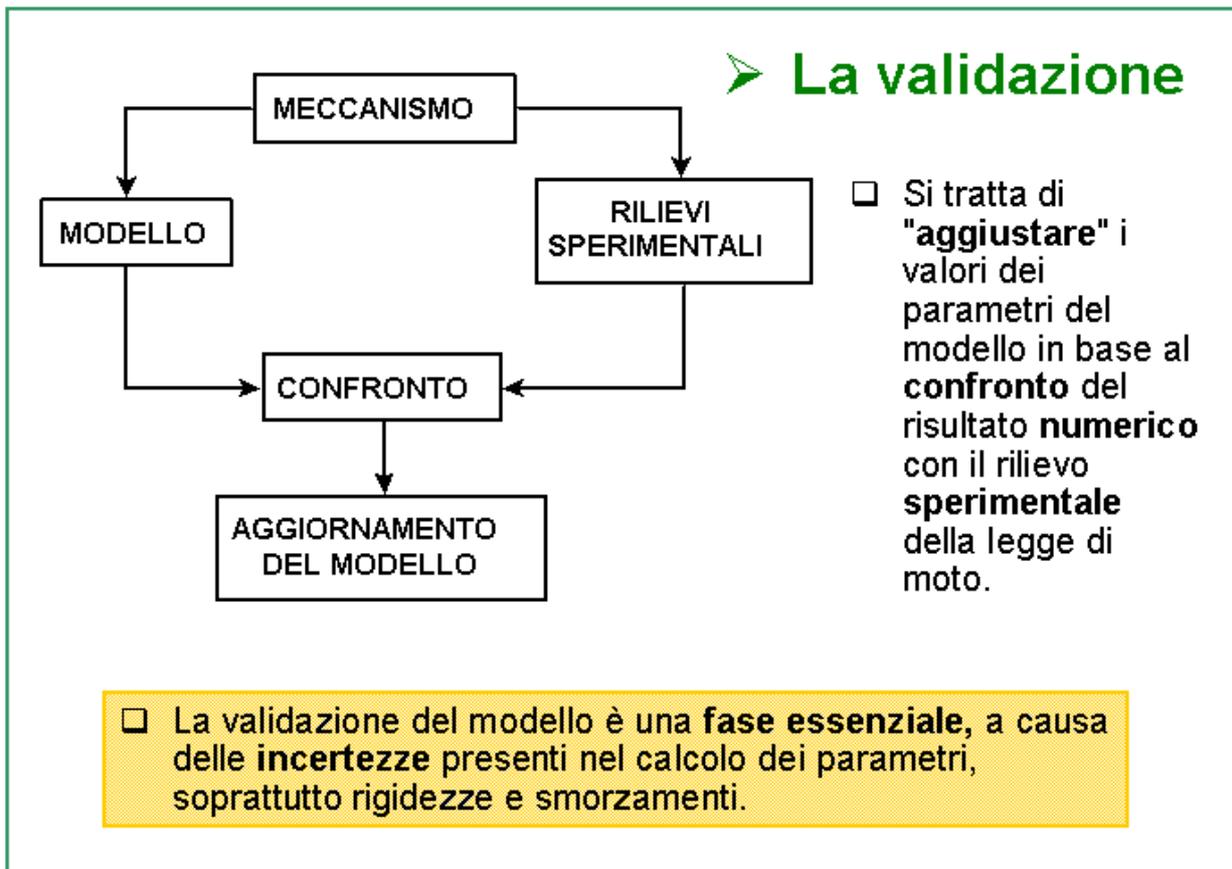
$$F_V = -Csq (\dot{X}_1 - \dot{X}_0) \quad |X_1 - X_0| \leq g/2$$

$$Csq = 12 \cdot \pi \cdot \mu \cdot b \cdot [D / (4 \cdot h)]^{3/2}$$

$$\frac{1}{D} = \frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2}$$



μ = viscosità dinamica
del lubrificante
 h = altezza del meato



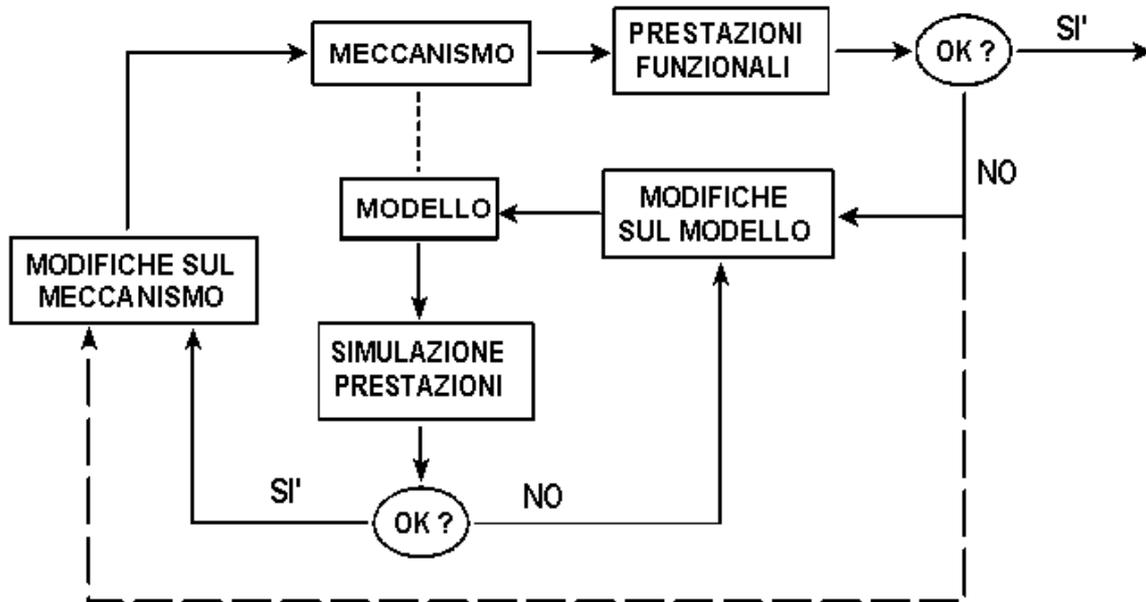
➤ Impiego del modello

- Dopo la validazione il modello è utilizzabile per:
 - prevedere il comportamento del meccanismo:
 - a seguito di modifiche di alcuni suoi componenti
 - in altre condizioni operative
 - come base di partenza per la modellazione di meccanismi simili (in cui la struttura generale resta invariata), senza la necessità di ulteriore validazione.

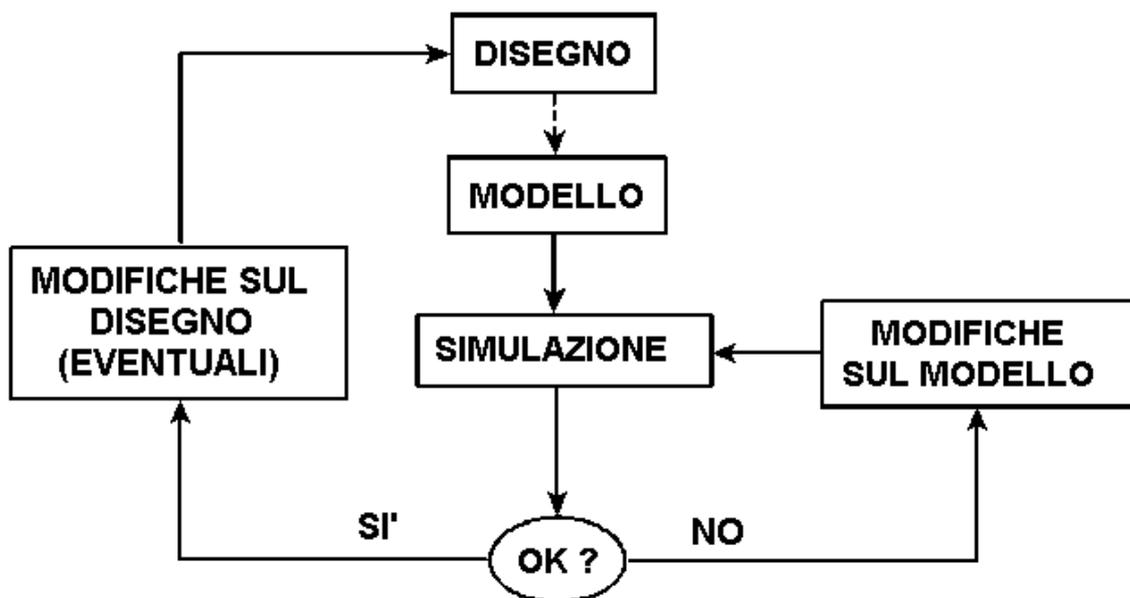
➤ Impiego del modello

- I risultati della simulazione forniscono informazioni su:
 - effettiva legge di moto del cedente
 - effettivo moto degli organi del meccanismo, in corrispondenza delle coordinate del modello
 - forze (coppie) scambiate tra gli organi del meccanismo
- Questi risultati possono risultare molto utili per la risoluzione di problemi funzionali, riscontrati sia su **macchine in esercizio** sia su **prototipo**, e permettono di individuare i possibili problemi dinamici e la loro soluzione anche nella fase di **progetto**.

➤ Impiego del modello: sul prototipo

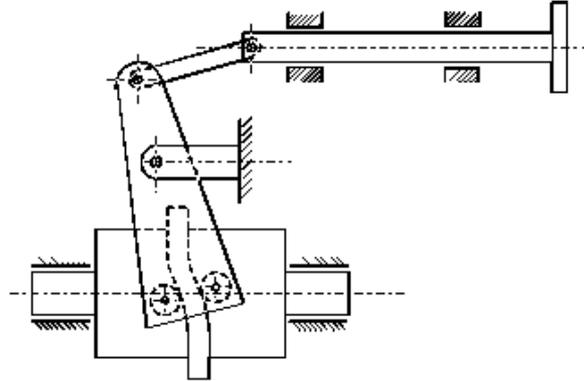


➤ Impiego del modello: in fase di progetto



► Condizioni di prova

- Con riferimento alla coppia cinematica camma-rulli, sono state esaminate due condizioni:



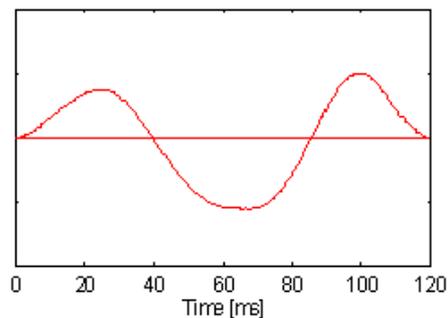
- **Condizioni Normali**

- **Gioco Incrementato**

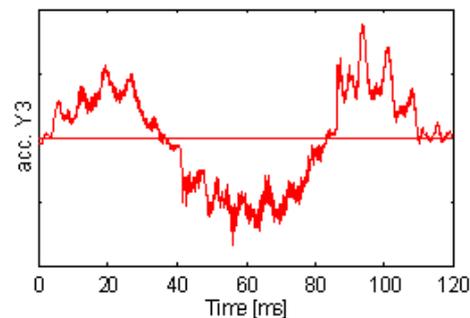
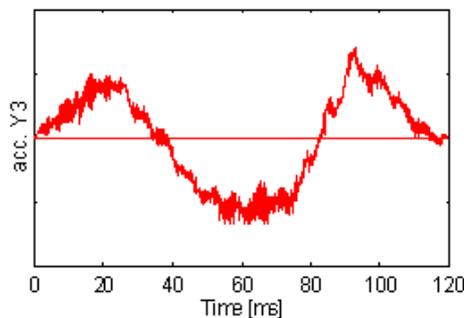
- è stato introdotto artificialmente un gioco quattro volte superiore a quello in condizioni normali; la condizione è ancora accettabile per il funzionamento in produzione ma richiede ispezioni più frequenti; la condizione simula il malfunzionamento dovuto a usura.

► Analisi Sperimentale

Legge di moto Teorica

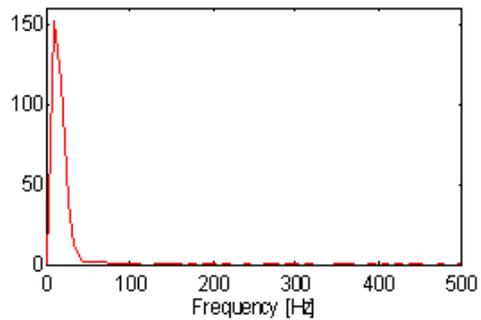


Legge di moto Sperimentale del cedente

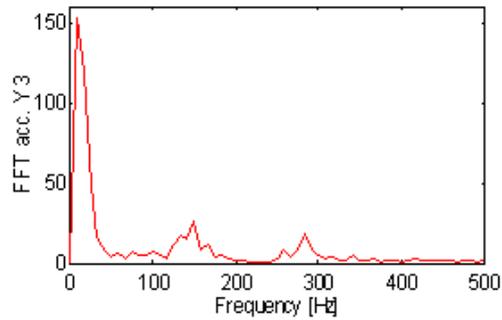
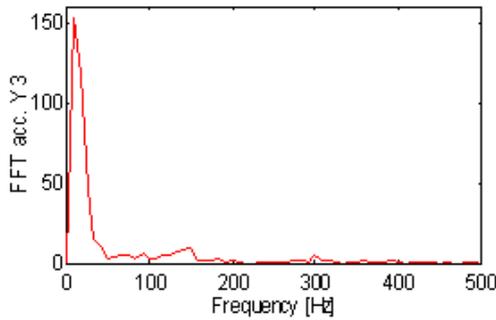


➤ Analisi Sperimentale in frequenza

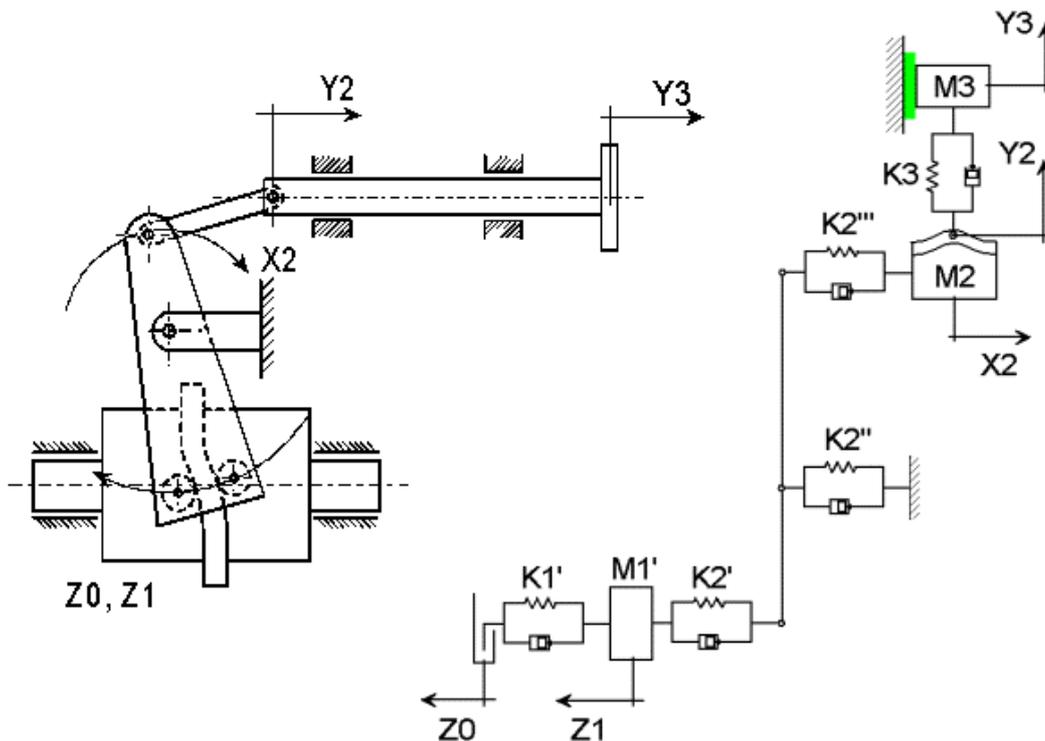
Legge di moto Teorica



Legge di moto Sperimentale del cedente



➤ Modello a Parametri Concentrati

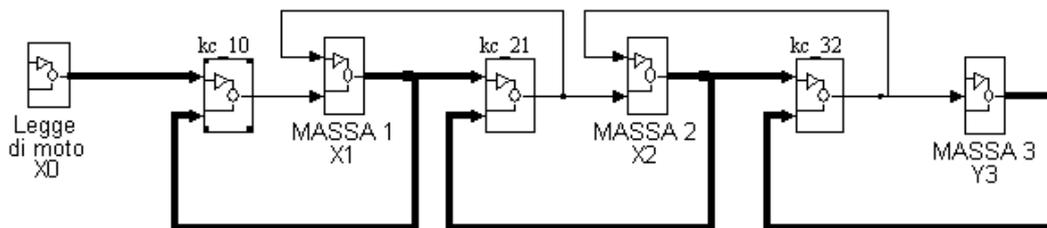


➤ Integrazione equazioni del moto: SIMULINK

$$m_1 \ddot{x}_1 = F_{e1} + F_{v1} - (F_{e2} + F_{v2})$$

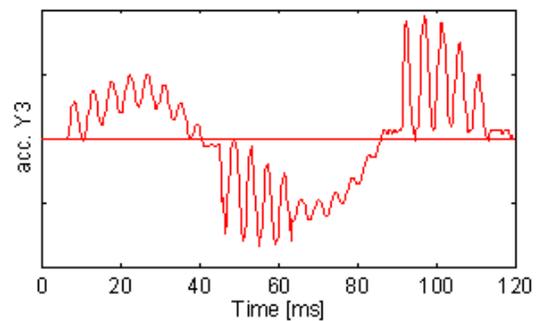
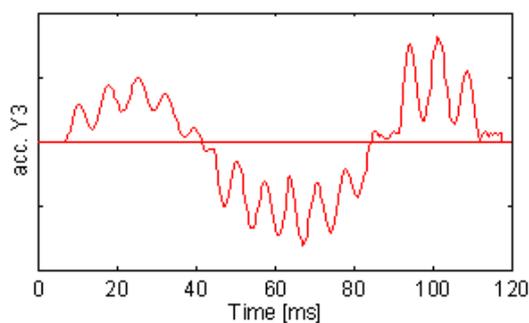
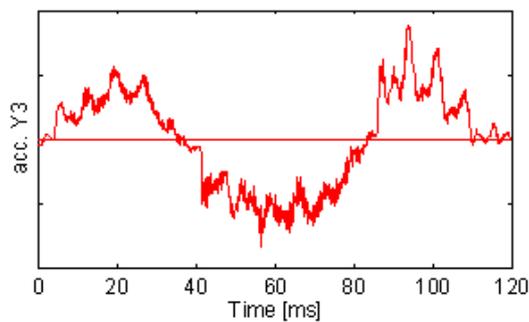
$$m_2 \ddot{x}_2 = F_{e2} + F_{v2} - i \cdot (F_{e3} + F_{v3})$$

$$m_3 \ddot{y}_3 = F_{e3} + F_{v3} + F_{a3}$$

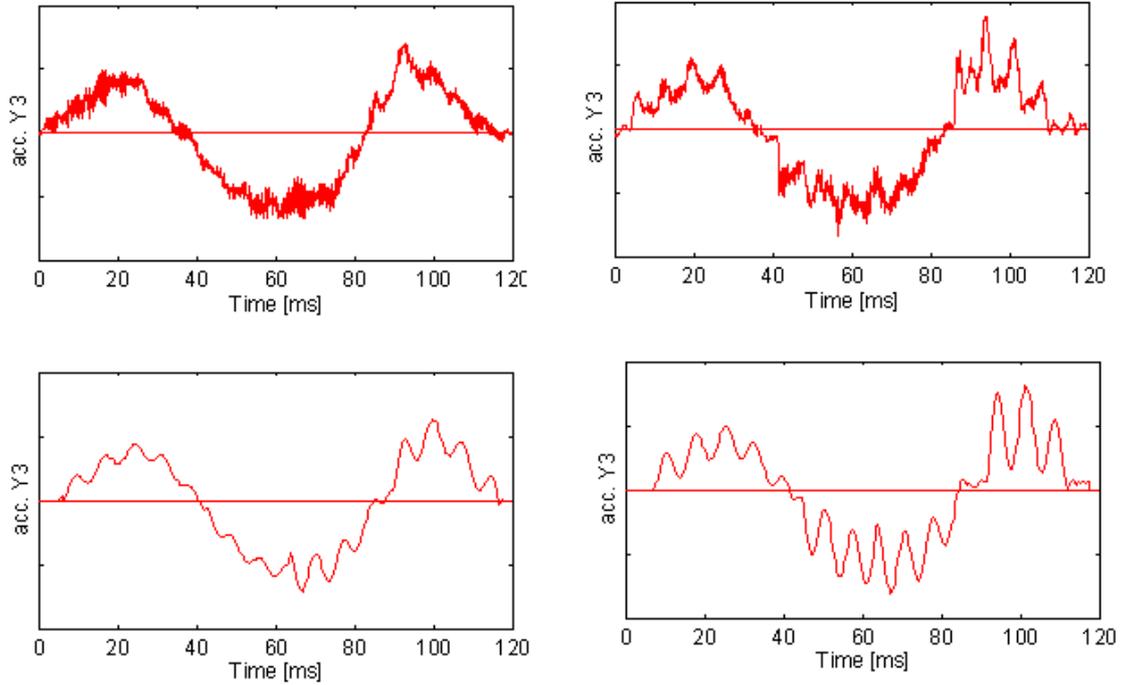


➤ Validazione

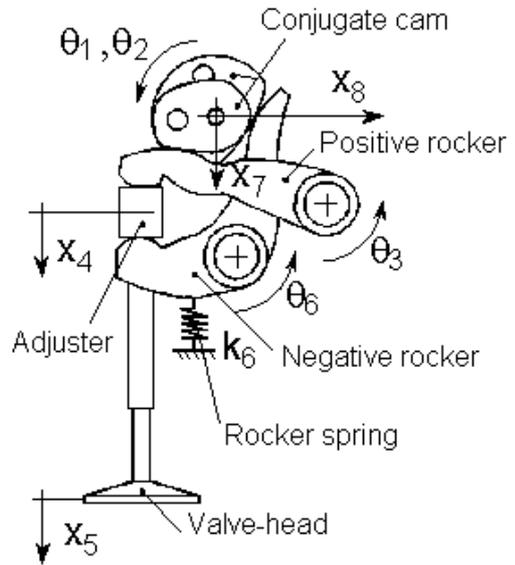
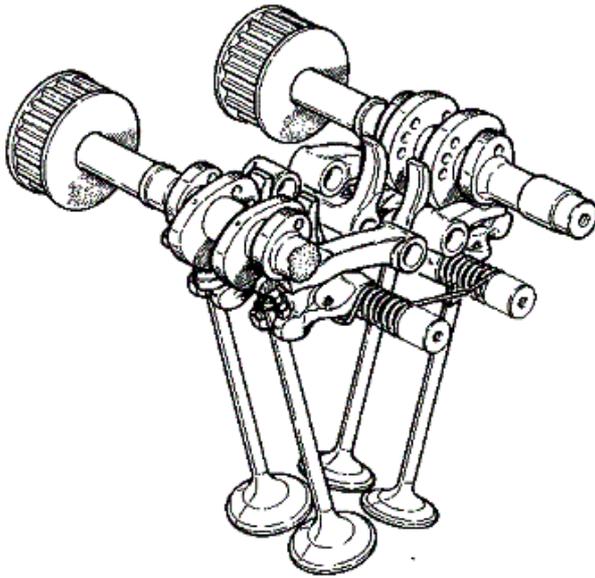
Velocità rotazione
camma: 500 rpm



➤ Risultati: tempo

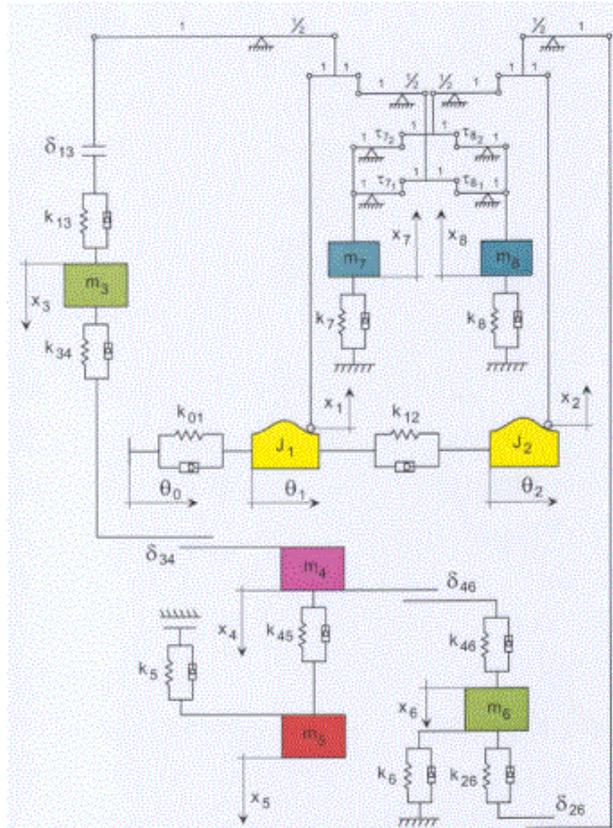
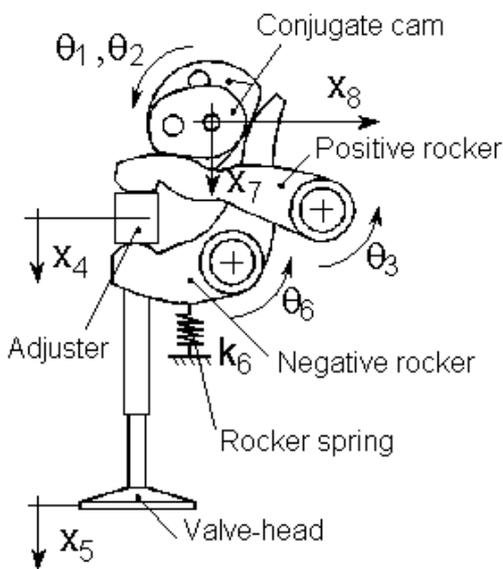


➤ 3° Esempio - Modellazione di una distribuzione desmodromica

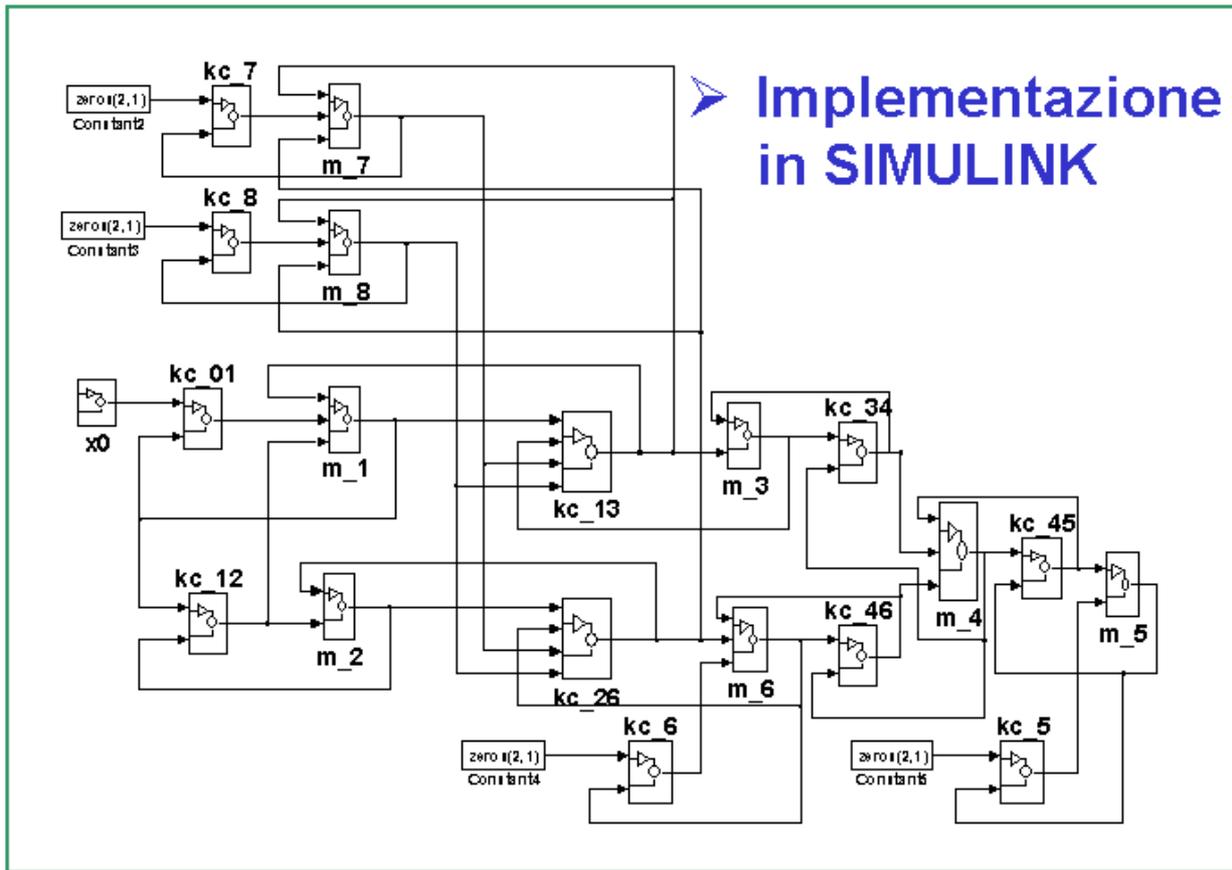


Modellazione a Parametri Concentrati di Meccanismi

➤ Modello a parametri concentrati



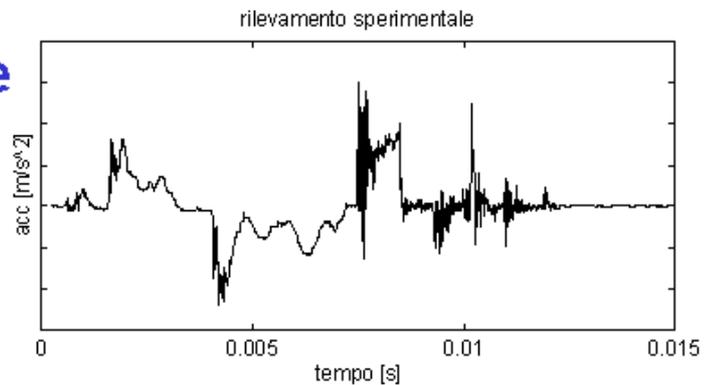
Modellazione a Parametri Concentrati di Meccanismi



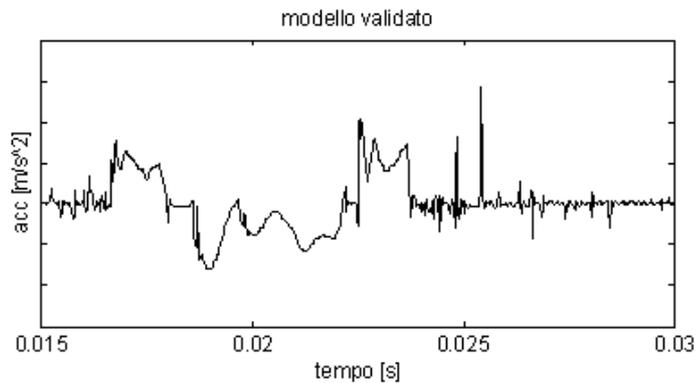
Modellazione a Parametri Concentrati di Meccanismi

► Risultati:
accelerazione
valvola

Rilievo sperimentale



Risultato numerico



Modellazione a Parametri Concentrati di Meccanismi