FRF di un sistema a 2 gdl

Per il sistema a due gradi di libertà in Figura 1, le equazioni del moto sono:

$$\begin{cases} 3m\ddot{x}_1 + 2kx_1 - kx_2 = 0 \\ m\ddot{x}_2 - kx_1 + 2kx_2 = 0 \end{cases}$$

E' pertanto possibile ottenere le matrici massa e rigidezza $[M],[K]$:

$$[M] = \begin{pmatrix} 3m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix}; [K] = \begin{pmatrix} 2k & -k \\ -k & 2k \end{pmatrix}$$

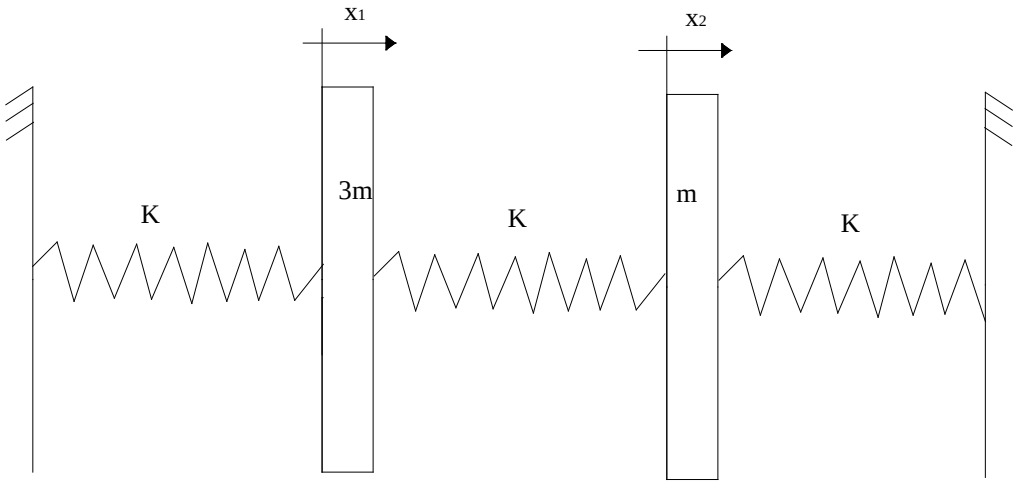

Figura 1. Sistema a 2 g.d.l.

Dato *m=85 kg e k=1e6 N/m,* di seguito alcuni risultati in termini di modi frequenze naturali e FRF.

	Frequenza [Hz]
Primo modo	11.6
Secondo modo	25.7

Tabella 1. Frequenze naturali .modi di vibrare.

Primo modo	**Secondo modo**
$\Phi_{11} = 1$	$\Phi_{12} = 1$
$\Phi_{21} = 0.65$	$\Phi_{22} = -4.65$

Tabella 2. Modi di vibrare normalizzati

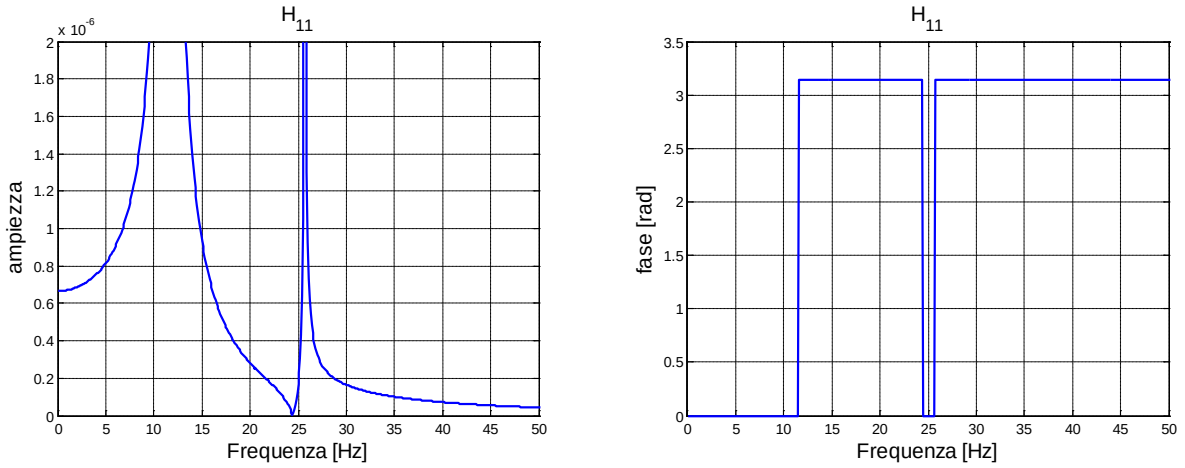

Figura 2. Ampiezza [m/N] e fase [rad] della H_{11} per il sistema non smorzato

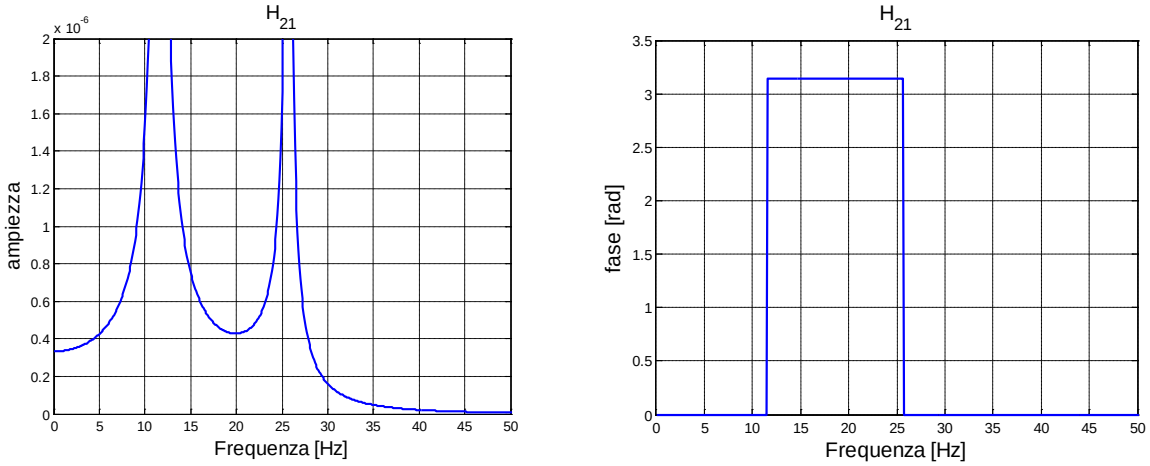

Figura 3. Ampiezza [m/N] e fase [rad] della H_{21} per il sistema non smorzato

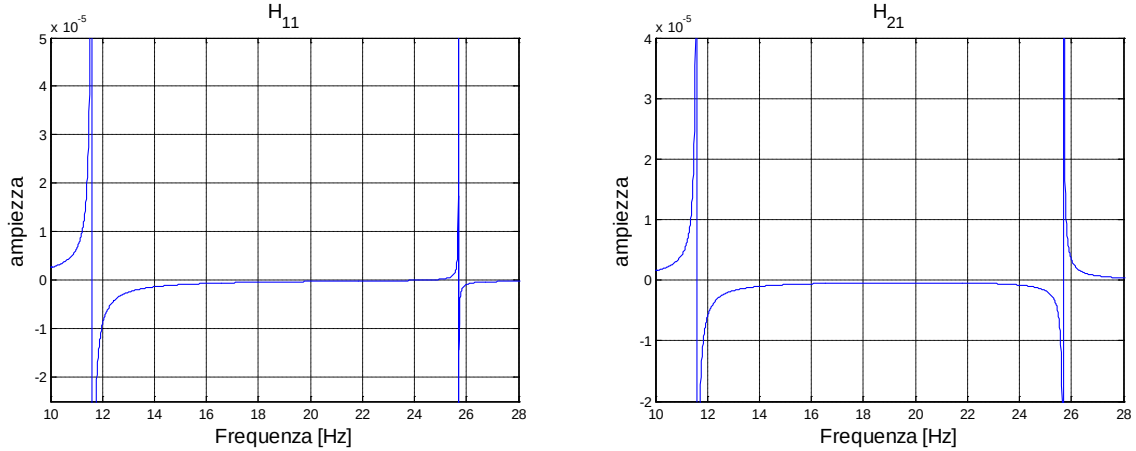

Figura 4. Parte reale [m/N] della H_{11} e H_{21} per il sistema non smorzato

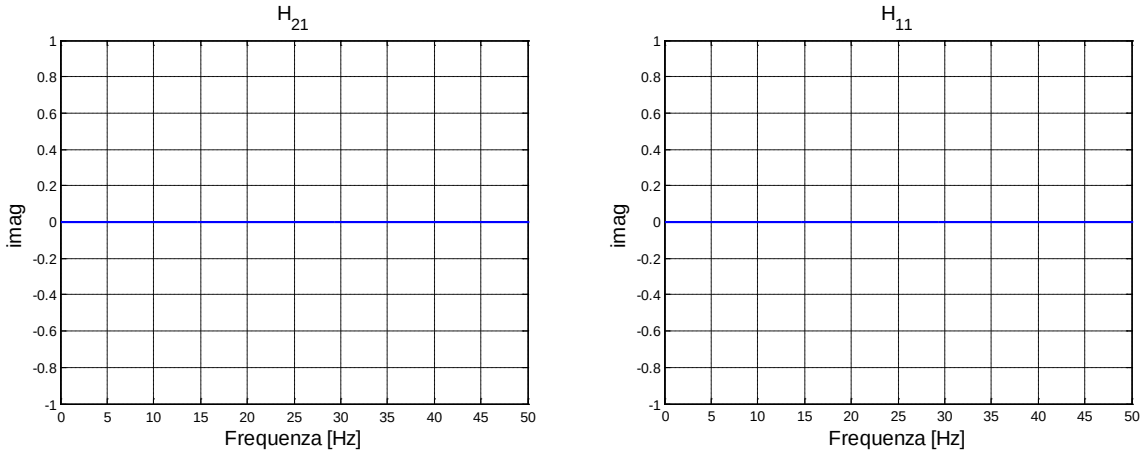

Figura 5. Parte immaginaria [m/N] della H_{11} e H_{21} per il sistema non smorzato

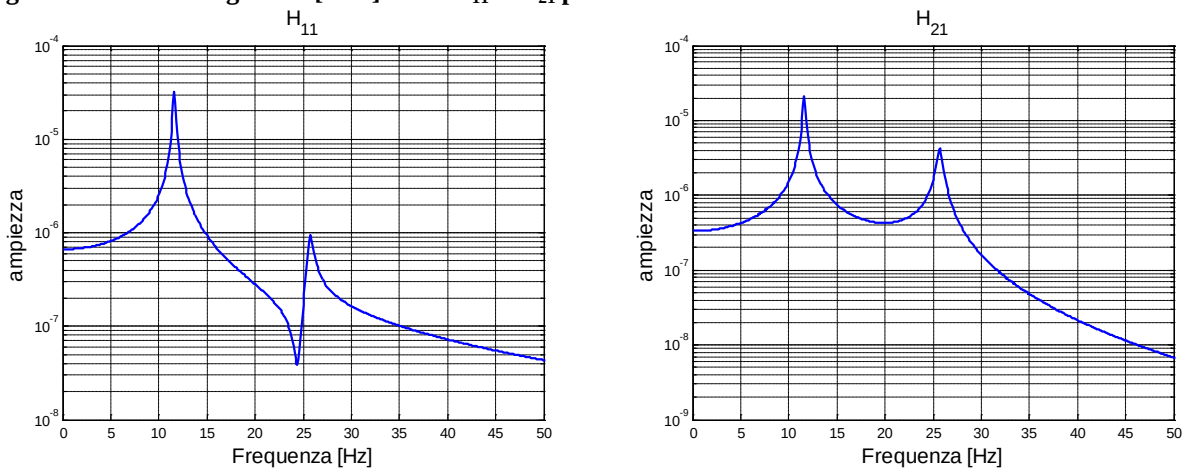

Figura 6. Ampiezza [m/N] della H_{11} e H_{21} per il sistema con smorzamento $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.01$.

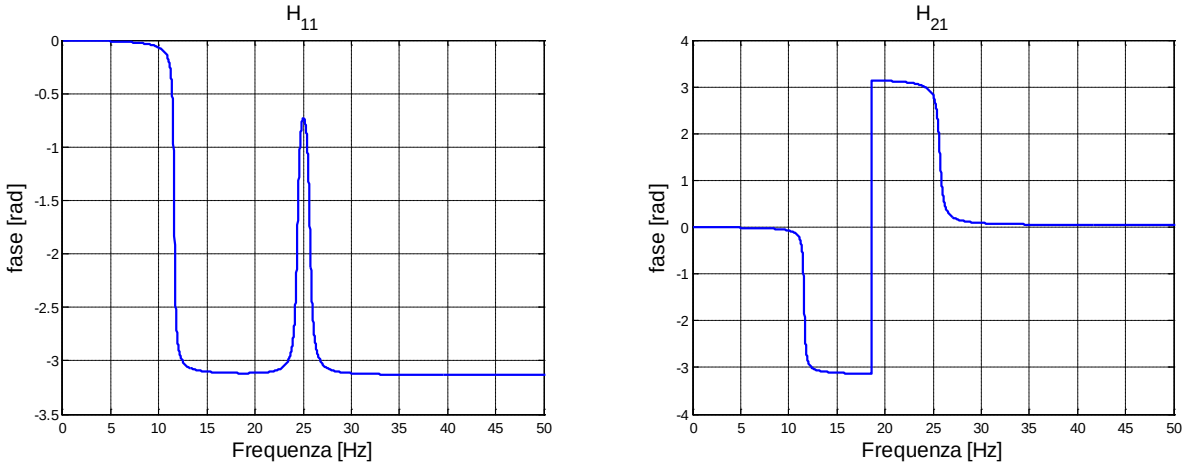

Figura 7. Fase della H_{11} e H_{21} per il sistema con smorzamento $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.01$.

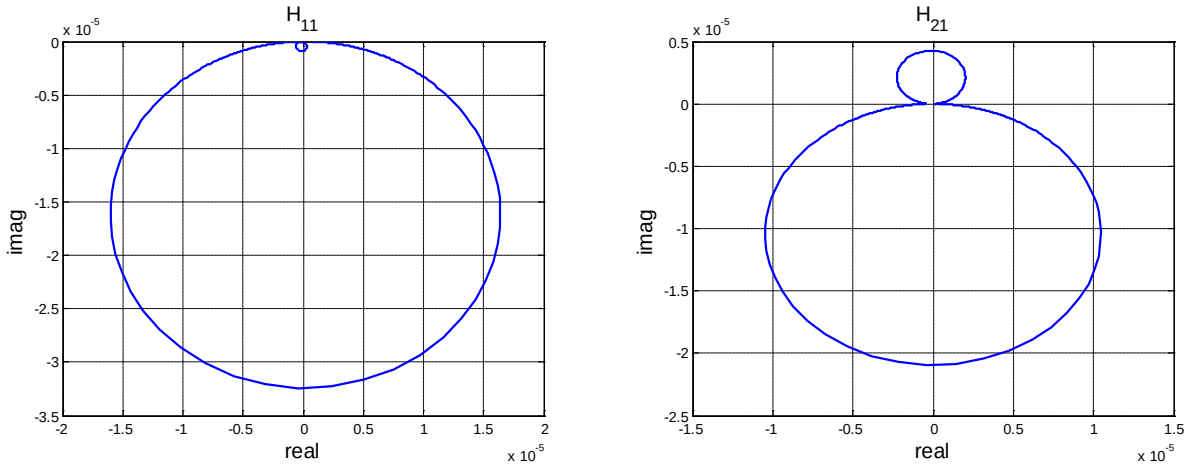

Figura 8. diagramma di Nyquist [m/N] della H_{11} e H_{21} per il sistema con smorzamento $\zeta_1 = \zeta_2 = 0.01$.

Listato Matlab

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Vibrazioni libere del sistema                   %
% a due gradi di libert di masse 3m e m     %
%                                                 %
%                     %
%                                                 %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%



clear;
clc;
%%%DATI

m=85;
m1 = 3*m;
m2 = m;
k=1000000;
zita1=0.01;
zita2=0.01;
%%%%matrice masse e rigidezze
M = [m1 0; 0 m2];
K = [2*k -k; -k 2*k];

%%calcolo modi e freq nat
[fi,omegaq] = eig(K,M);
freq_nat=sqrt(omegaq)/(2*pi);
omega_nat=2*pi*freq_nat;
%%%normalizzo rispetto al primo valore
for j =1:2,
    finorm_1(:,j) = fi(:,j)./fi(1,j);
end;

%%%%grafico dei modi
format short   %short oppure long
disp(finorm_1);
disp(sqrt(omegaq));
disp(freq_nat);




M1=fi(:,1)'*M*fi(:,1);
M2=fi(:,2)'*M*fi(:,2);

%%nomralizzo i modi con la massa modale

fi_norm(:,1)=fi(:,1)/sqrt(M1);
fi_norm(:,2)=fi(:,2)/sqrt(M2);

%calcolo delle FRF: Hmm, Hem
dF=0.01;
freq=[0:dF:50];
omega=2*pi*freq;

H11=(fi_norm(1,1)^2./(omega_nat(1,1)^2-
omega.^2+2*i*zita1*omega_nat(1,1).*omega))+...
```

```
    (fi_norm(1,2)^2./(omega_nat(2,2)^2-
omega.^2+2*i*zita2*omega_nat(2,2).*omega));

H21=(fi_norm(1,1)*fi_norm(2,1)./(omega_nat(1,1)^2-
omega.^2+2*i*zita1*omega_nat(1,1).*omega))+...
    (fi_norm(2,2)*fi_norm(1,2)./(omega_nat(2,2)^2-
omega.^2+2*i*zita2*omega_nat(2,2).*omega));

%%%reale
figure
plot(freq, real(H11))
xlabel('Frequenza [Hz]','fontsize',14);
ylabel('ampiezza ','fontsize',14);
title('H_1_1','fontsize',14),grid
figure
plot(freq, real(H21))
xlabel('Frequenza [Hz]','fontsize',14);
ylabel('ampiezza ','fontsize',14);
title('H_2_1','fontsize',14),grid

%
figure
plot(freq, imag(H11))
xlabel('Frequenza [Hz]','fontsize',14);
ylabel('ampiezza ','fontsize',14);
title('H_1_1','fontsize',14),grid
figure
plot(freq, imag(H21))
xlabel('Frequenza [Hz]','fontsize',14);
ylabel('ampiezza ','fontsize',14);
title('H_2_1','fontsize',14),grid


 figure
plot(freq,(angle(H11)))
xlabel('Frequenza [Hz]','fontsize',14);
ylabel('fase [rad]','fontsize',14);
title('H_1_1','fontsize',14),grid
figure
plot(freq,(angle(H21)))
xlabel('Frequenza [Hz]','fontsize',14);
ylabel('fase [rad]','fontsize',14);
title('H_2_1','fontsize',14),grid


figure
plot(real(H11), imag(H11))
xlabel('real','fontsize',14);
ylabel('imag ','fontsize',14);
title('H_1_1','fontsize',14),grid
figure
plot(real(H21), imag(H21))
xlabel('real','fontsize',14);
ylabel('imag ','fontsize',14);
title('H_2_1','fontsize',14),grid
```