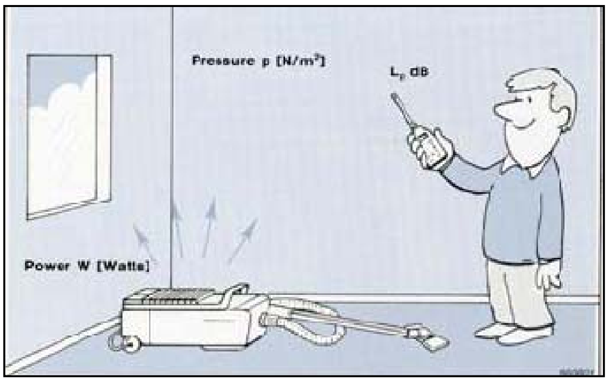
Elementi di Analisi dei segnali

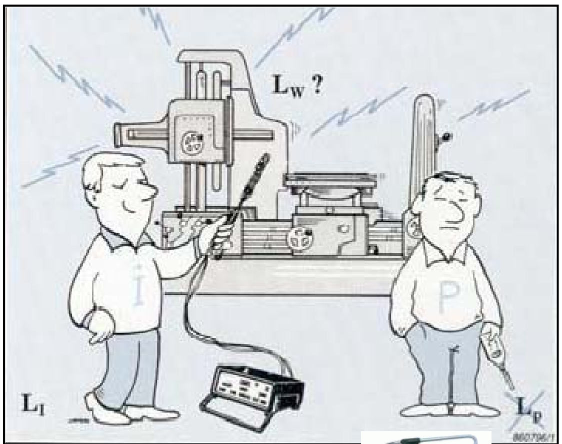
Applicazioni in Acustica

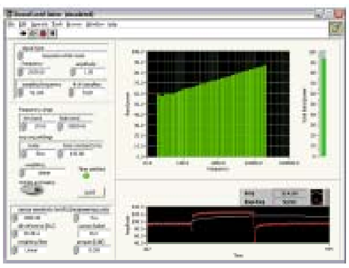
Paolo Bonfiglio

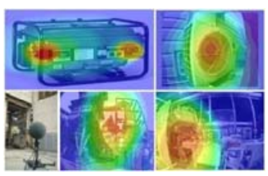
Introduzione

Perché è importante l'Analisi dei Segnali ?









Indice

ENDIF
ENgineering Department In Ferrara

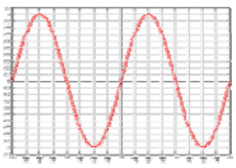
Analisi nel dominio del tempo

Classificazione dei Segnali

Segnali

Periodici

$$f(t+T)=f(t)$$



Casuali

Segnale non definibile da una funzione matematica.

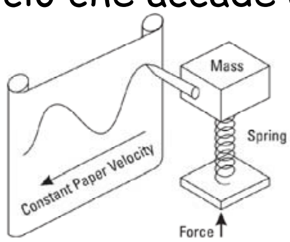
Non deterministico !
Devono essere descritti per mezzo di metodi statistici e non c'è modo di determinare l'evoluzione del segnale partendo da ciò che si è verificato prima !!!.

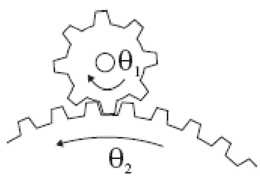
Transiente

Segnale di breve durata

Analisi nel dominio del tempo

- E' il modo tradizionale di osservare un fenomeno
- La rappresentazione nel dominio temporale è una registrazione di ciò che accade al parametro che stiamo osservando nel tempo





I segnali misurati vengono trasformati in segnali elettrici perché generalmente più facili da analizzare

- La conversione avviene per mezzo di trasduttori (microfoni, accelerometri, celle di carico, ecc…)

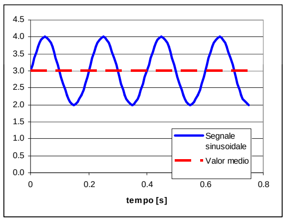


- L'acquisizione e la post-elaborazione avviene per mezzo di oscilloscopi, analizzatori, PC, ecc…

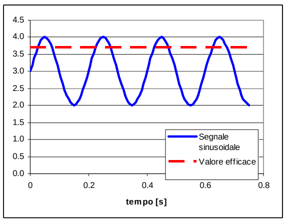

Analisi nel dominio del tempo

Si consideri un segnale x(t). Si possono definire diversi indicatori:

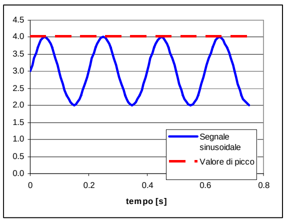
- Il **valore medio** $$\mu = \frac{1}{T}\int_0^T x(t)dt$$



- Il **valore r.m.s** $$\sigma = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2(t)dt}$$



- Il **valore di picco** $$x_{peak} = \max[x(t)]$$



- Il **valore picco-picco**, il **fattore di cresta** , ecc…

Analisi nel dominio delle frequenze

Analisi nel dominio delle frequenze

E' un modo alternativo di osservare un fenomeno, ma non per questo meno comune. Ad esempio :

- L'orecchio umano è capace di trasformare nelle diverse frequenze l'informazione che percepisce nel tempo;
- Un medico riesce a percepire problemi da una respirazione che "suona" in modo strano;
- Un meccanico può determinare problemi su un dato oggetto dalla frequenza del segnale emesso.

Perché utilizzare il dominio delle frequenze?

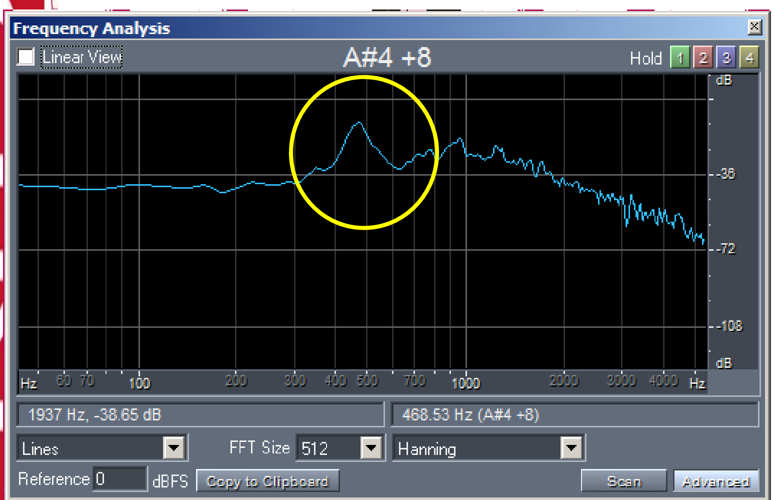
I segnali sonori possono essere una combinazione di toni cui frequenze sono ben correlati (cioè strumenti musicali) o possono essere rumore.

In questi casi l'analisi della frequenza è un potente strumento per la comprensione di ciò che si sente

ENDIF Engineering Department In Ferrara

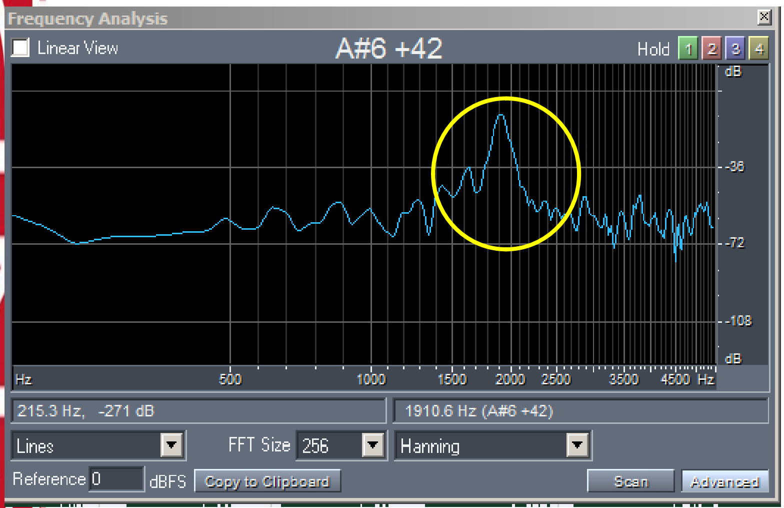
Perché si utilizza le frequenze in acustica ?

In altre parole è come se ogni tipologia di suono possedesse una tipica rappresentazione in frequenza che lo caratterizza in modo quasi univoco.



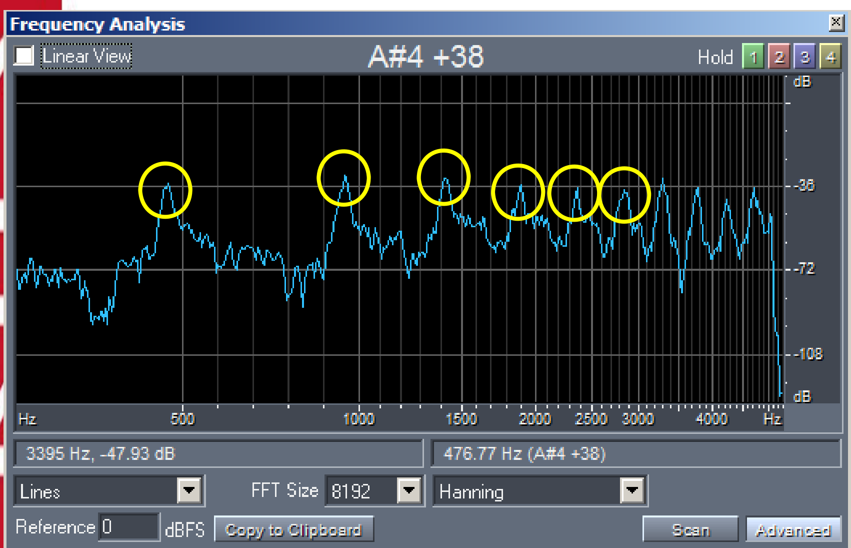
Perché si utilizza le frequenze in acustica ?

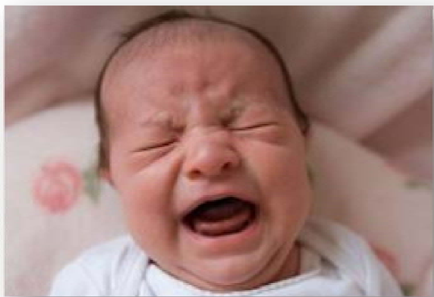
In altre parole è come se ogni tipologia di suono possedesse una tipica rappresentazione in frequenza che lo caratterizza in modo quasi univoco.



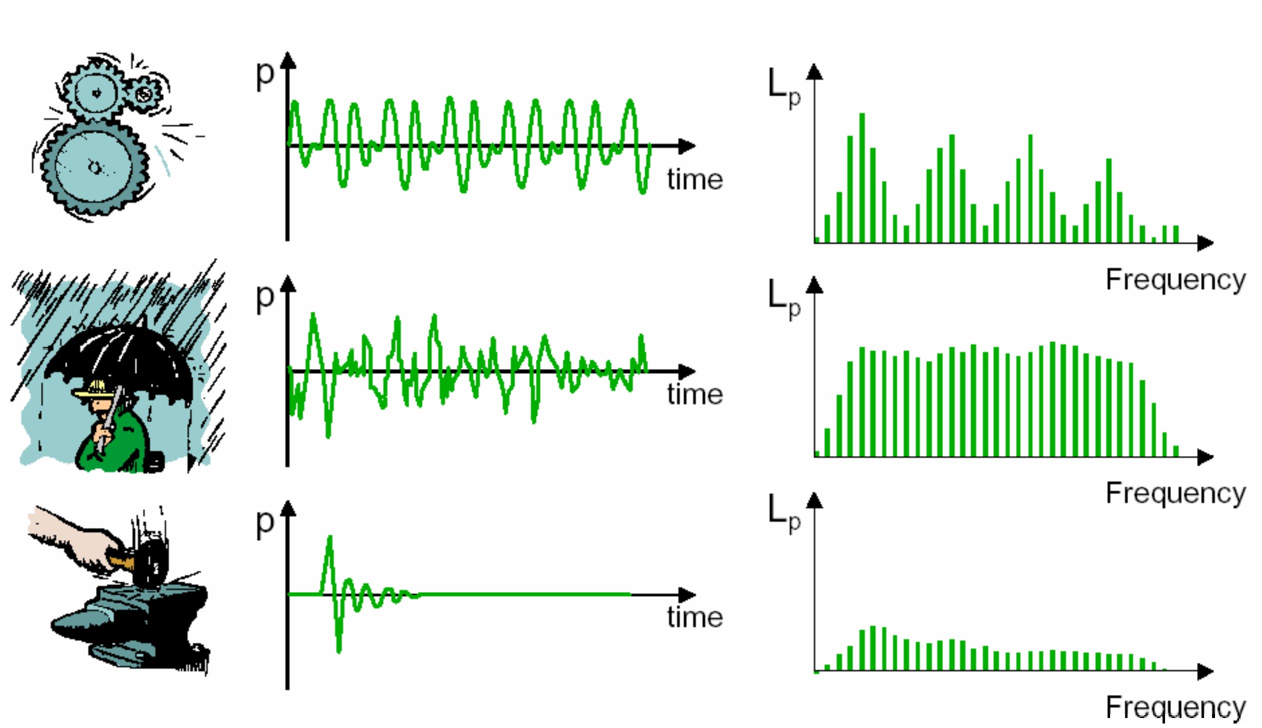
Perché si utilizza le frequenze in acustica ?

In altre parole è come se ogni tipologia di suono possedesse una tipica rappresentazione in frequenza che lo caratterizza in modo quasi univoco.

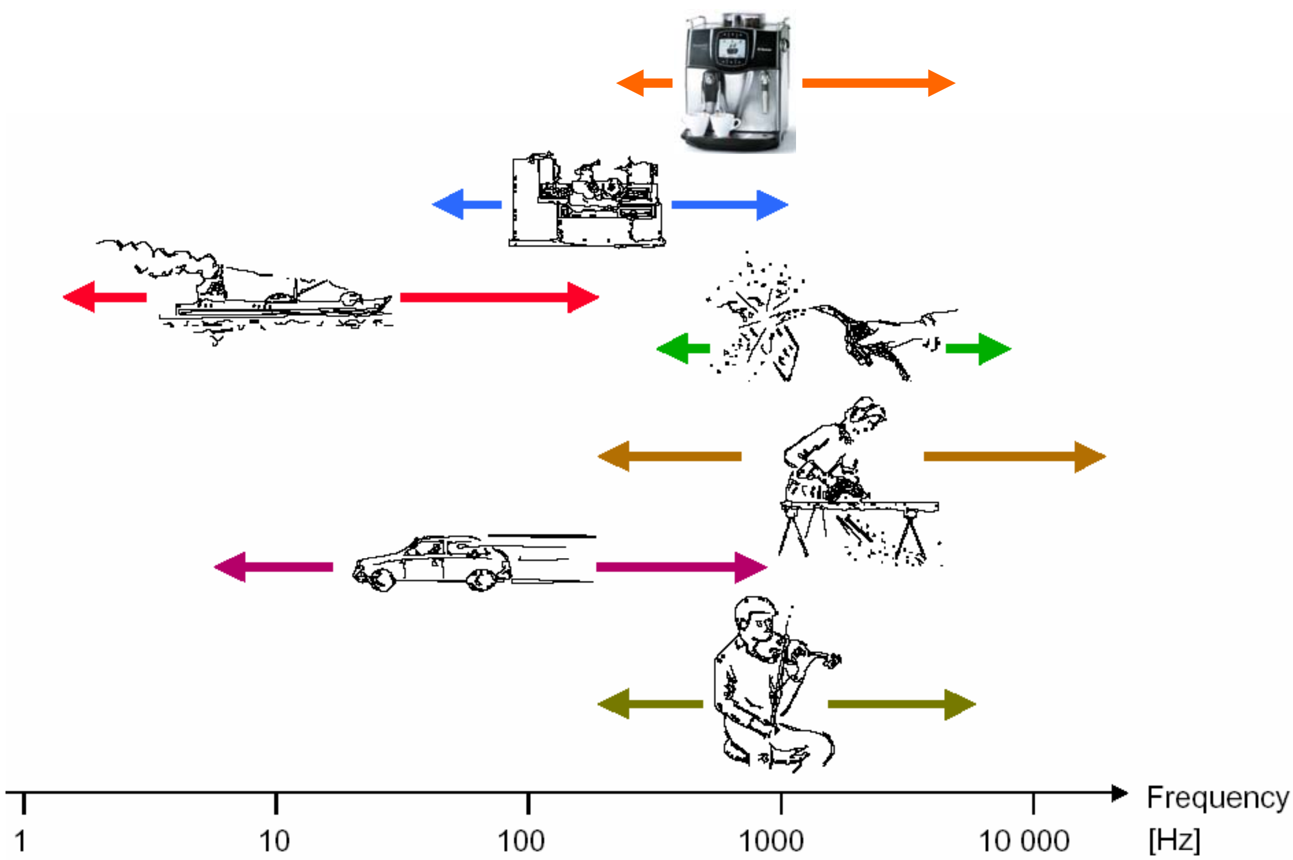




Analisi nel dominio delle frequenze



Analisi nel dominio delle frequenze



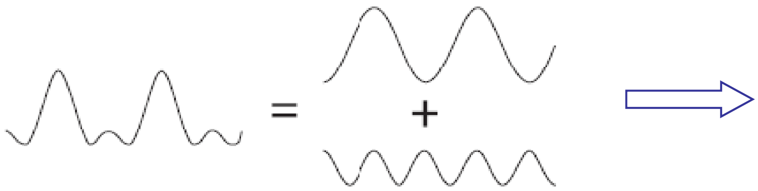
Analisi nel dominio delle frequenze

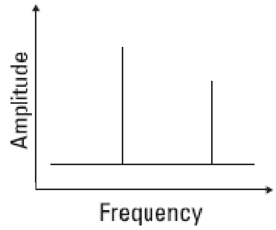
Teorema di Fourier

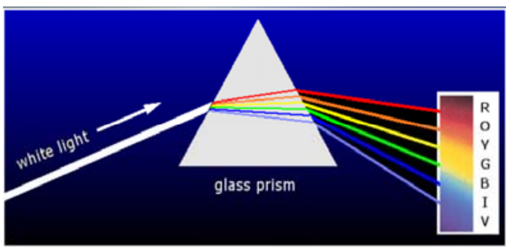
Un evento periodico è rappresentabile come sovrapposizione di un opportuno numero d'onde sinusoidali (toni puri) di determinate ampiezze, frequenze e fasi (SERIE DI FOURIER):

$$x(\mathrm{t}) = \sum_{m=0}^{\infty} \left[a_m \cos(m\omega\,\mathrm{t}) + b_m \sin(m\omega\,\mathrm{t}) \right]$$

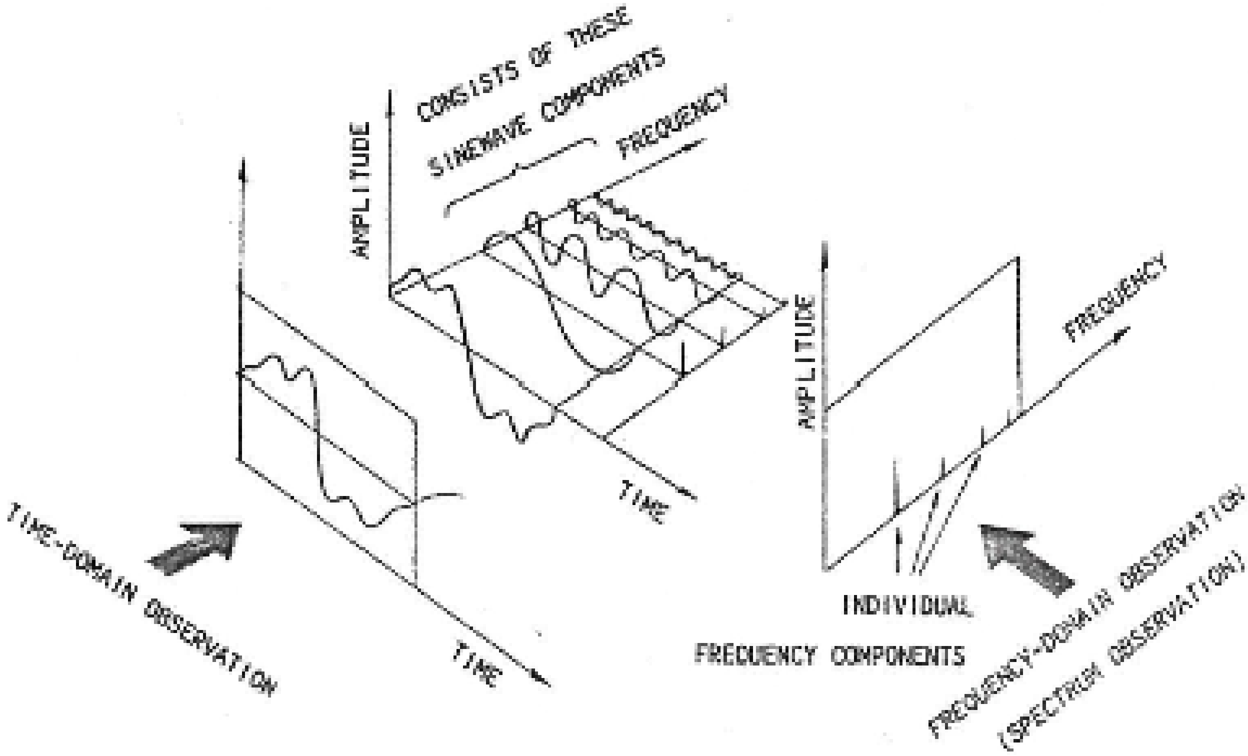
Ad ogni indice *m* corrisponde una ampiezza, una frequenza e una fase.







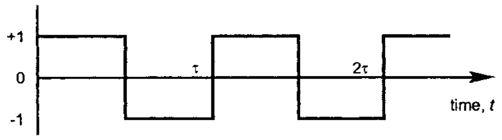
Analisi nel dominio delle frequenze



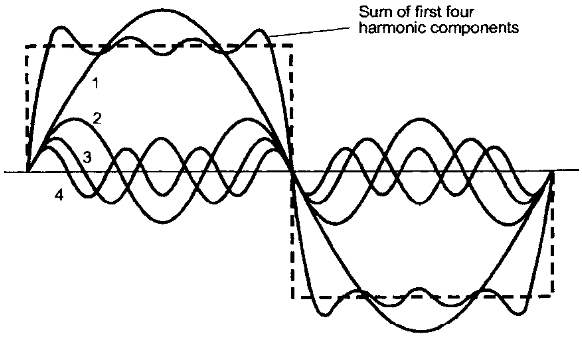
Analisi nel dominio delle frequenze

Limiti della trattazione di Fourier

Onda quadra



(a)



(b)

Quando siamo in presenza di discontinuità sono necessarie

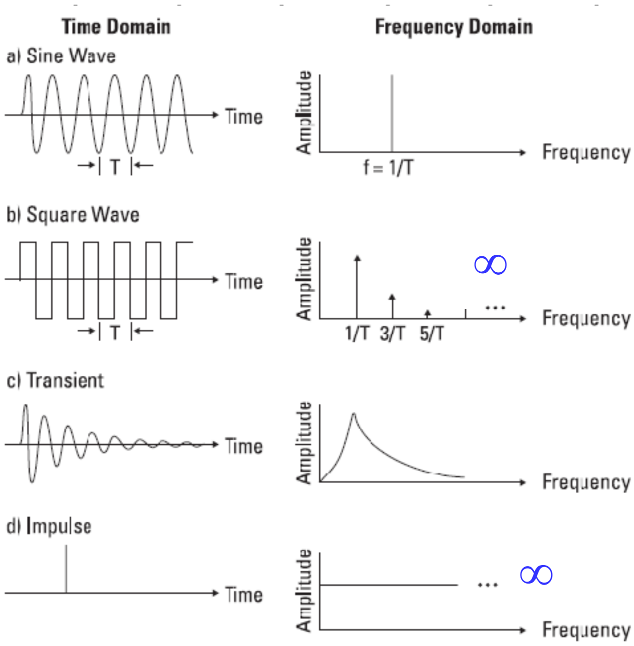
∞

componenti per rappresentare un segnale.

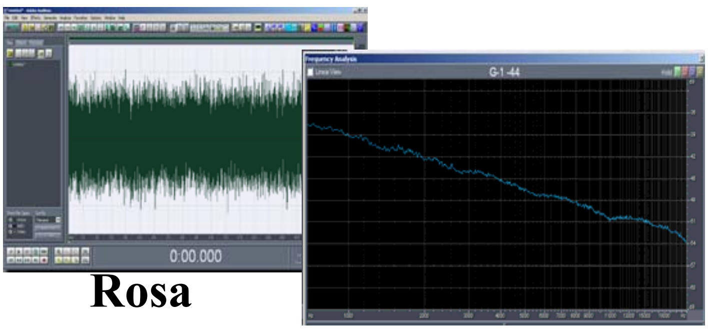
Questo è un limite della teoria di Fourier !!!

Analisi nel dominio delle frequenze

Altri esempi



Bianco



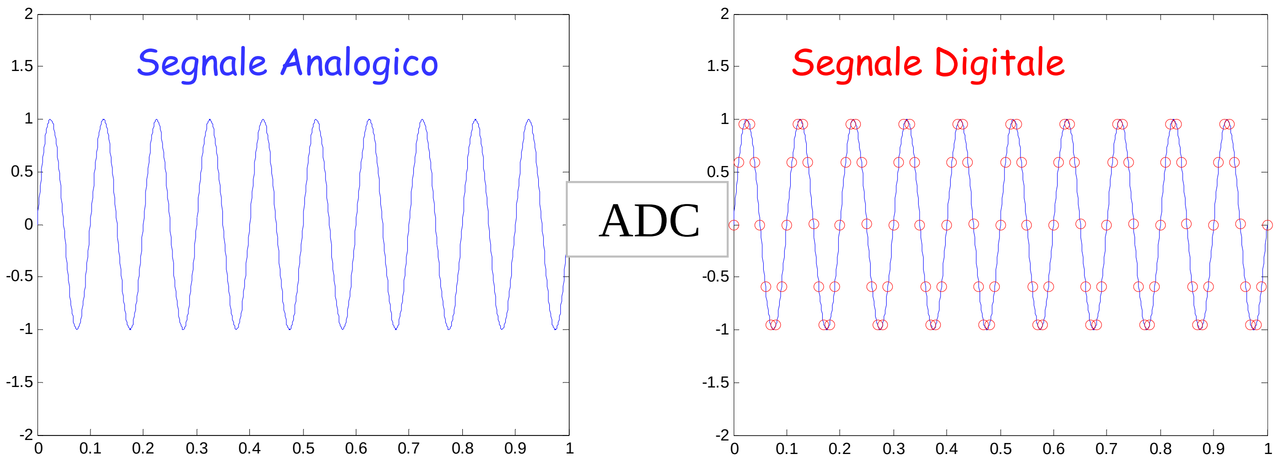
Rosa

ENgineering Department In Ferrara

Digitalizzazione di un segnale

Digitalizzazione di un segnale

La "digitalizzazione" del segnale consente di trasformare un segnale continuo (quello analogico fornito ad es. da un microfono) in una serie discreta di numeri, espressi in codice binario.

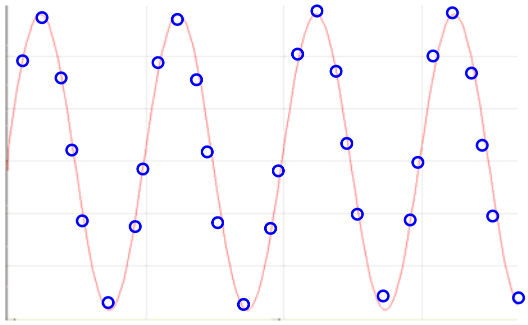


Il segnale viene digitalizzato sia sull'asse dei tempi che in ampiezza

Digitalizzazione di un segnale

Campionamento del segnale

Il campionamento del segnale x(t) avviene “estraendo” dal segnale continuo una serie di valori (campioni) ad istanti temporali equispaziati



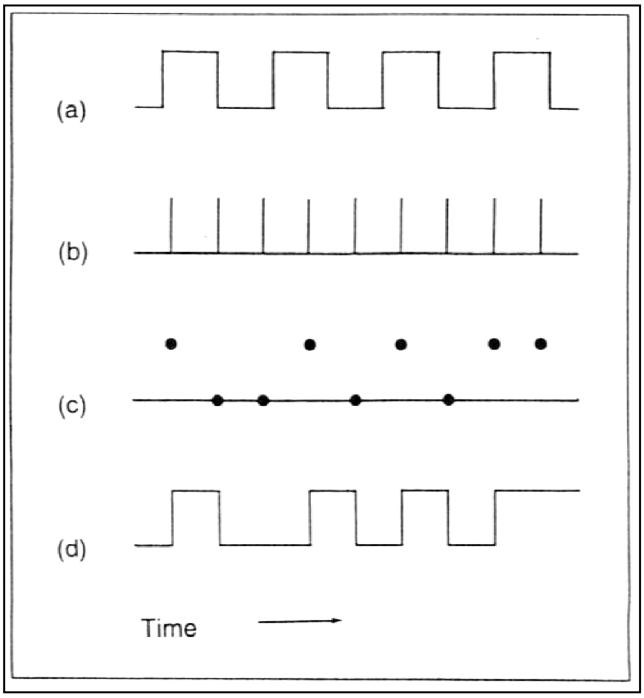
Frequenza di Campionamento (Hz) : numero di punti per ogni secondo di segnale.

Es: Fs=44100 Hz ⇒ 44100 campioni per ogni secondo

Digitalizzazione di un segnale

Campionamento del segnale

La scelta di una adeguata frequenza di campionamento è fondamentale per effettuare una analisi corretta del segnale digitale (in figura, esempio di segnale **sottocampionato**)



Teorema di Shannon- Nyquist

“la frequenza di campionamento deve essere maggiore o uguale al doppio della frequenza massima di interesse”

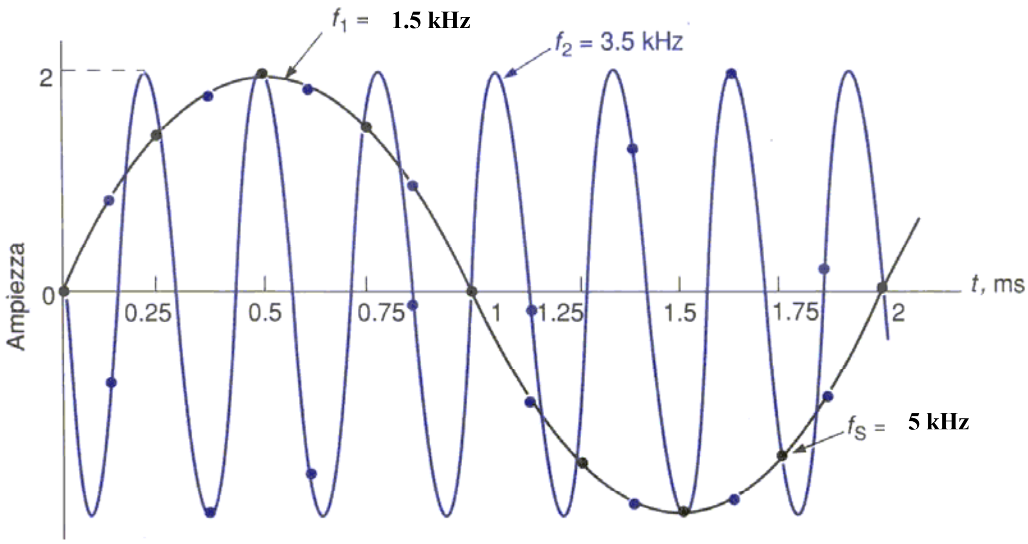
$Fs \geq 2 f_{max}$ (in genere 2.56)

Es: L’orecchio è sensibile fino a 20 kHz, per non perdere frequenze udibili di un segnale è sufficiente campionare a frequenze superiori a 40 kHz. Con 44100 Hz si ha fmax=22050 Hz

Digitalizzazione di un segnale

Fenomeno dell'Aliasing

Fs = 5 KHz



Si dimostra:

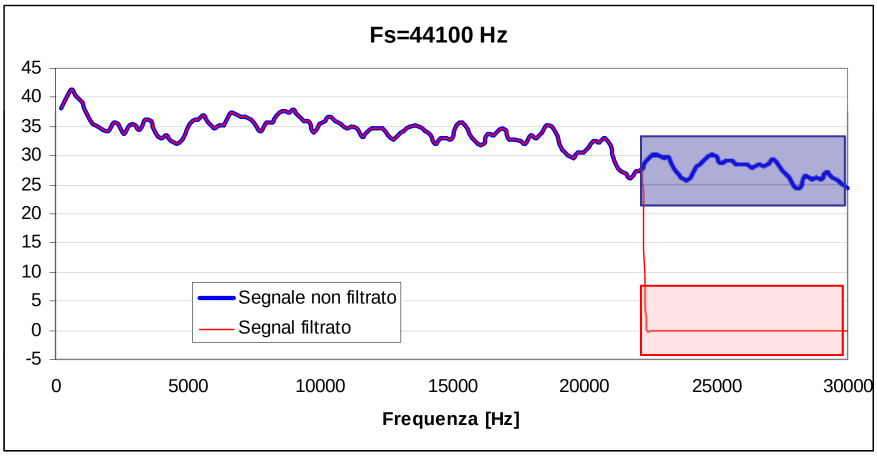
f_aliasing=Fs-f_mis

Digitalizzazione di un segnale

Fenomeno dell'Aliasing

Anche frequenze non udibili (alte frequenze) possono dar luogo a segnali udibili "artefatti" (non esistenti).

Il problema si risolve utilizzando degli opportuni filtri, detti "filtri antialiasing" a monte del dispositivo di acquisizione che riescano a "distruggere" le frequenze che non rispettano il teorema di Shannon-Nyquist



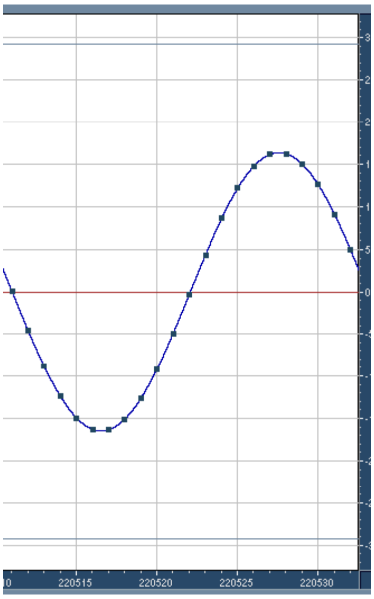
Frequenze che non rispettano il teorema di S-N

Grazie al filtraggio vengono "distrutte"

Digitalizzazione di un segnale

Quantizzazione del segnale (Risoluzione)

Indica quanti bit vengono utilizzati per caratterizzare l'**ampiezza** del segnale analogico.
I valori vengono scelti come 2^n.
Es : 16 bit = 65536 possibili valori (±32768)



Scala delle ampiezze

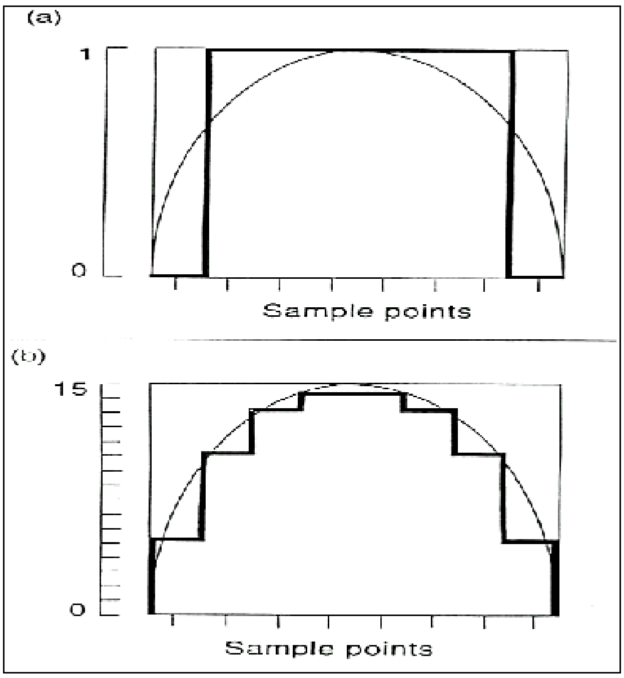
Digitalizzazione di un segnale

Quantizzazione del segnale (Risoluzione)

La risoluzione in ampiezza determina la precisione con la quale il segnale continuo viene rappresentato.

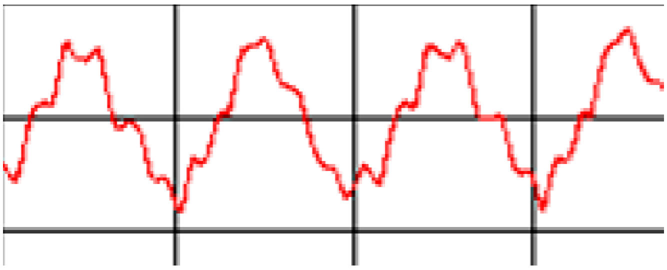
RISOLUZIONE DI 1 BIT
(2^1 valori, cioè 0 e 1)

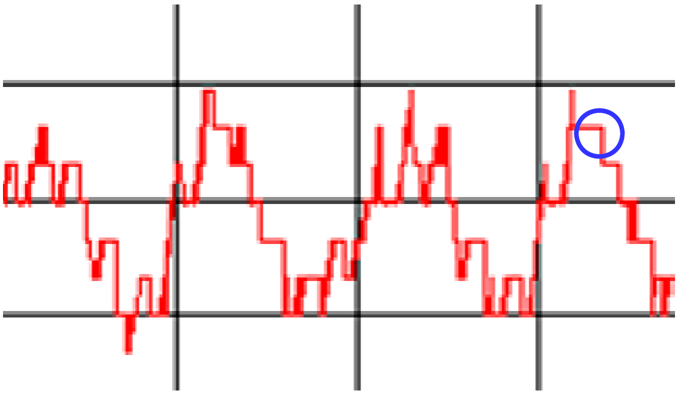
RISOLUZIONE DI 4 BIT
(2^4 valori, cioè numeri interi da 0 a 15)



Digitalizzazione di un segnale

Quantizzazione del segnale (Risoluzione)



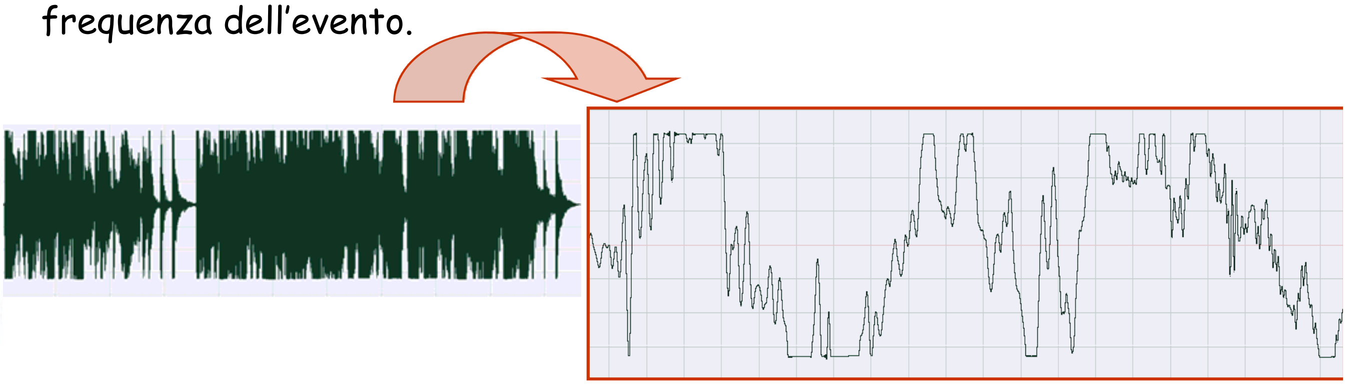


Un segnale campionato con bassa risoluzione (ad esempio con 8 bit) presenta un rumore caratteristico ("rumore di quantizzazione"). Infatti si introducono in questo modo alte frequenze spurie attraverso i piccoli segnali quadrati dovuti all'incertezza di quantizzazione.

Digitalizzazione di un segnale

Clipping digitale

Ogni qualvolta che il livello del segnale acquisito supera il valore massimo dato dalla quantizzazione avviene il fenomeno di clipping, ovvero il segnale viene "tagliato" generando discontinuità che falsano il contenuto in frequenza dell'evento.



Il segnale è danneggiato IRRIMEDIABILMENTE !!!

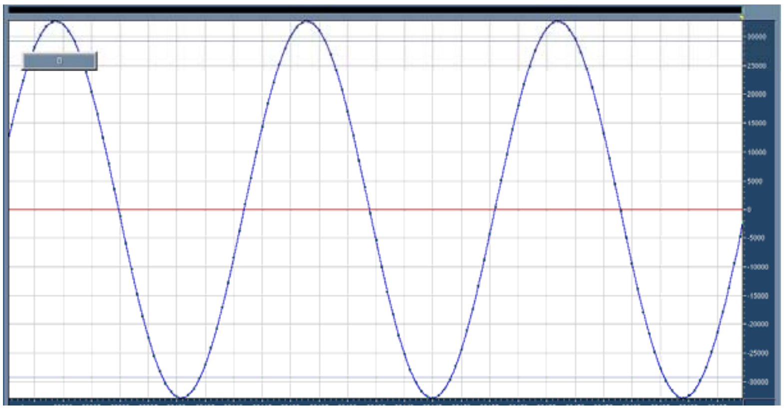
Digitalizzazione di un segnale

Un esempio

Consideriamo il segnale di calibrazione microfonica (Lp=94 dB a 1000 Hz) ed un microfono con sensibilità pari a 50mV/Pa.

Il corrispondente segnale elettrico in tensione avrà una forma sinusoidale oscillante rispetto a 0 V con picco massimo pari a 50*√2=70,71 mV.

Se imponiamo pari al limite di saturazione del convertitore a 16 bit il valore massimo del segnale (1,414Pa=70,71mV=+32767campioni) otteniamo la seguente rappresentazione:



N.B.
Il valore efficace del segnale sarà ad esempio uguale a: 32767/1,414=23170 (numero intero)

Digitalizzazione di un segnale

Un altro esempio

Calcolare quanta memoria occupa un'ora di segnale stereo campionato a 16 bit e 44100 Hz

Ogni secondo: 44100 campioni * 16 bit * 2 canali = 1,411 * 10^6 bit

Un'ora di registrazione occupa: 3600*1,411*10^6 = 5,08 * 10^9 bit = 635 Mbyte

(essendo 1 Byte = 8 bit)

Analisi FFT

Analisi FFT

La trattazione di Fourier permette di passare dalla rappresentazione di un segnale nel dominio del tempo a quello della frequenza e viceversa.

Si definisce DFT (Discrete Fourier Transform) di un segnale campionato x(n) alla frequenza di campionamento fs:

$$X(\mathrm{k}) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\,\mathrm{e}^{\frac{-i2\pi nk}{N}}$$

essendo $N = 1/(f_s\Delta t)$ (con Δt l'intervallo di discretizzazione)

k è l'indice corrispondente alla frequenza.

- Per k=0 si ottiene il valor medio di x

- Per k=1 si ottiene il coefficiente di Fourier corrispondente ad un periodo di tempo T (o in modo equivalente la frequenza 1/T)

Per k=2 si ottiene il coefficiente di Fourier corrispondente ad un periodo di tempo 2T.

Lo step in frequenza è $\Delta f = f_s/N$

Analisi FFT

Per effettuare una analisi DFT di N punti sono richieste N^2 operazioni (addizioni e moltiplicazioni complesse).

$$X(\mathrm{k}) = \frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} x(n)\,\mathrm{e}^{\frac{-2\pi i n k}{N}}$$

N step in n per N valori di k

Si può dimostrare che se N è una potenza di due è possibile applicare un algoritmo che riesce ad effettuare la trasformata di Fourier di un segnale digitale con ***$N \cdot log_2(N)$*** operazioni invece di ***N^2***.

Tale algoritmo è detto FFT (Fast Fourier Transform).

N=1024 -> N^2=1048576 ; $N \cdot log_2(N)$ = 10240

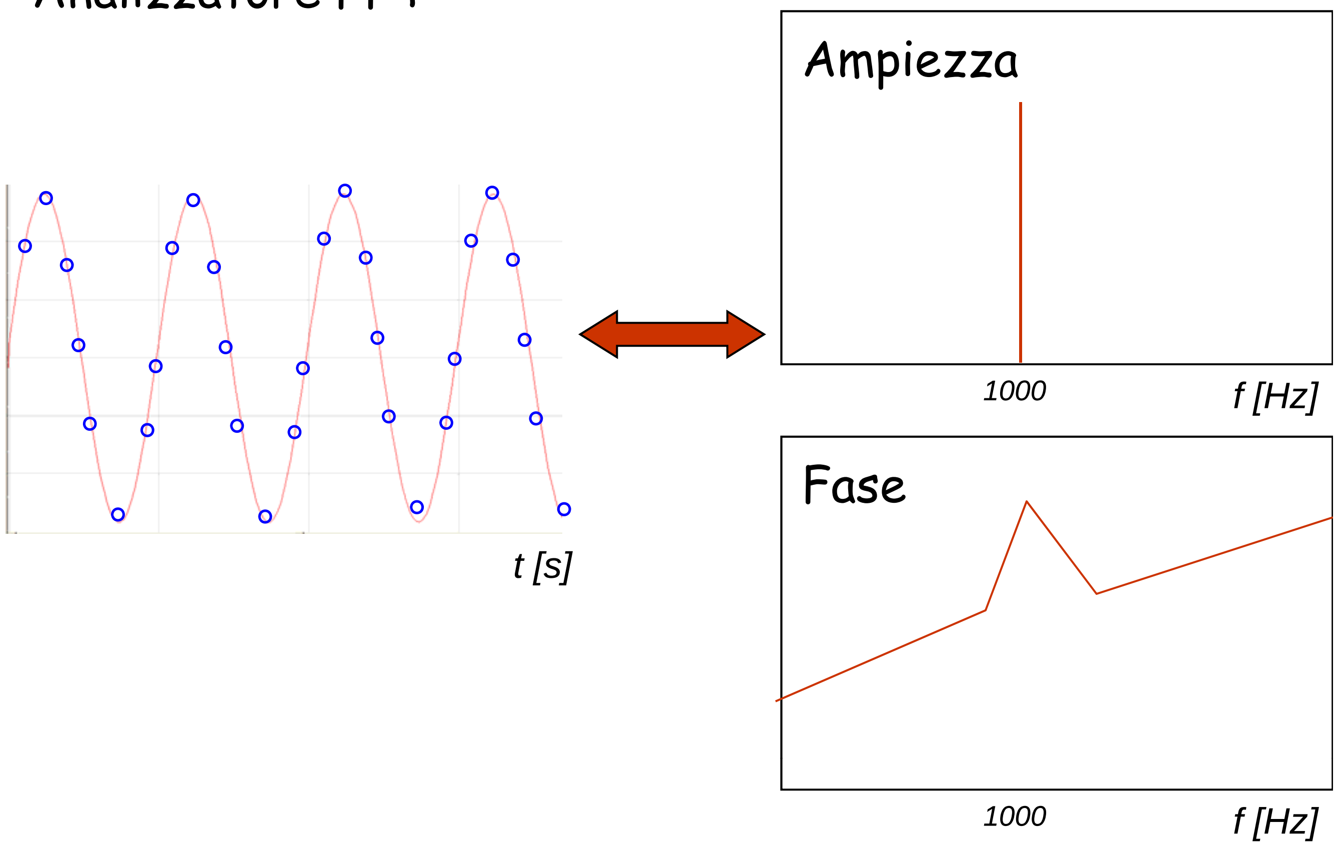
Nota storica

Questo algoritmo è stato reso famoso da Cooley& Tukey nel 1965 ma fu inventato nel 1805 da Gauss che però non analizzo il comportamento asintotico del tempo di calcolo

ENDIF ENGineering Department In Ferrara

Analisi FFT

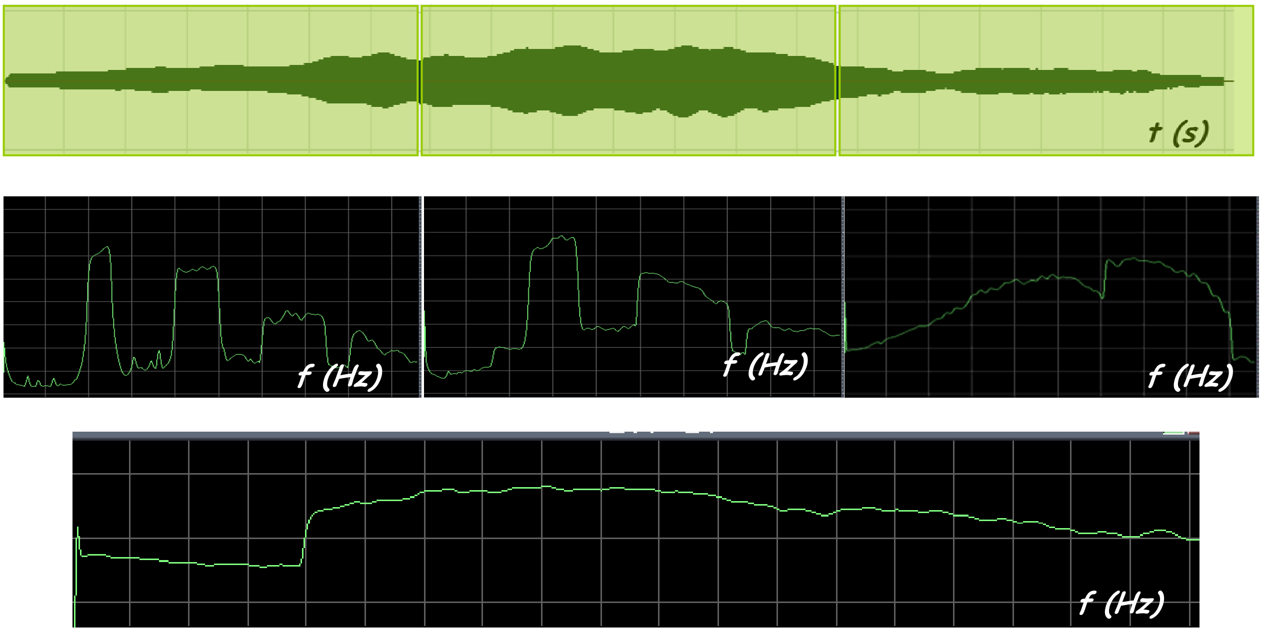
Analizzatore FFT



Analisi FFT

Schema di Analisi FFT

L'analizzatore suddivide il flusso di dati proveniente dal convertitore A/D e si prende un blocco di N ($=2^n$) campioni, ad ognuno applica la FFT e media i nuovi risultati con quelli precedenti:



Analisi FFT

Calcolo dei parametri FFT

La lunghezza *N* di ogni blocco utilizzato per l'analisi è definita dimensione FFT (indicata in genere con NFFT, FFT size, ecc…)

Si dimostra che la risoluzione in frequenza è data da:

$$\Delta f = Fs/N$$

Es: Se campiono ad una frequenza di campionamento pari a 44100 Hz e scelgo N=4096 campioni allora la risoluzione in frequenza è pari a 10.76 Hz.

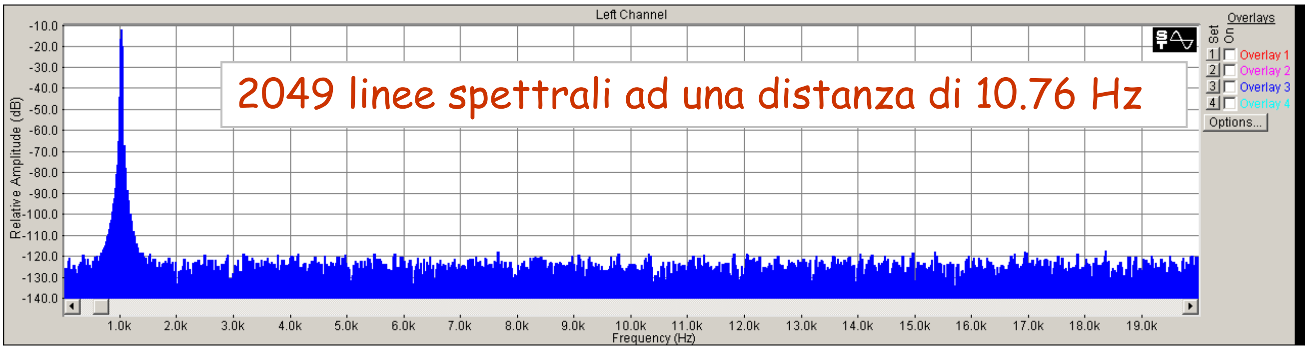
Analisi FFT

Calcolo dei parametri FFT

Inoltre il numero di linee spettrali (SL) “utili” nel range di frequenza è dato da:

$$SL=N/2+1$$

Quindi sempre per l’esempio di prima, se Fs=44100 Hz e N=4096 allora: SL=2049(la prima è relativa alla componente continua del segnale)



Analisi FFT

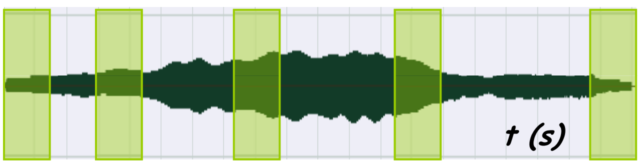
Medie temporali

L’analizzatore di spettro si definisce ***REAL TIME*** se riesce a campionare e rielaborare il segnale in un tempo uguale alla durata del segnale analizzato.

Gli analizzatori di ultima generazione sono dotati di Buffer (contenitori di memoria) capaci di memorizzare un dato pacchetto mentre il precedente viene elaborato.

Ciò permette di acquisire teoricamente **TUTTO** il segnale nel tempo.

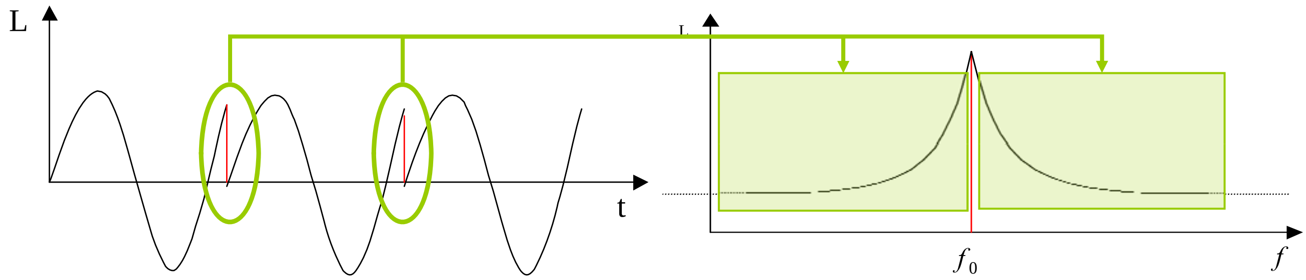
Se ciò non è possibile si acquisiscono pacchetti non consecutivi se il segnale è stazionario e si effettuano le medie tra i vari spettri.



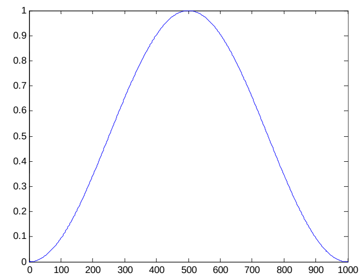
Analisi FFT

Medie temporali e finestrature

In generale, il "pacchetto" di N campioni analizzato assume valori differenti all'inizio e alla fine del segnale. Poiché l'algoritmo FFT presuppone una periodicità del segnale, il gradino presente determina anche altre componenti in frequenza (FENOMENO DI LEAKAGE)



Per compensare tale problema, si introduce una pesatura temporale del segnale che riduce a 0 l'ampiezza del segnale all'inizio e alla fine della serie di campioni:



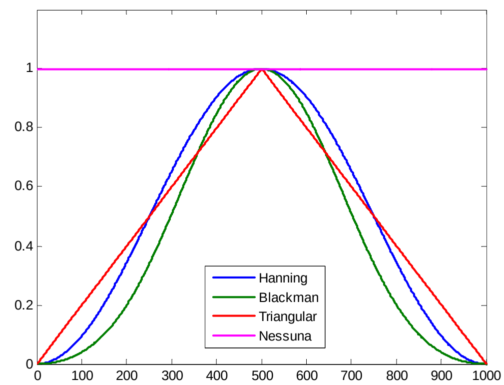
ENDIF Engineering Department In Ferrara

Analisi FFT

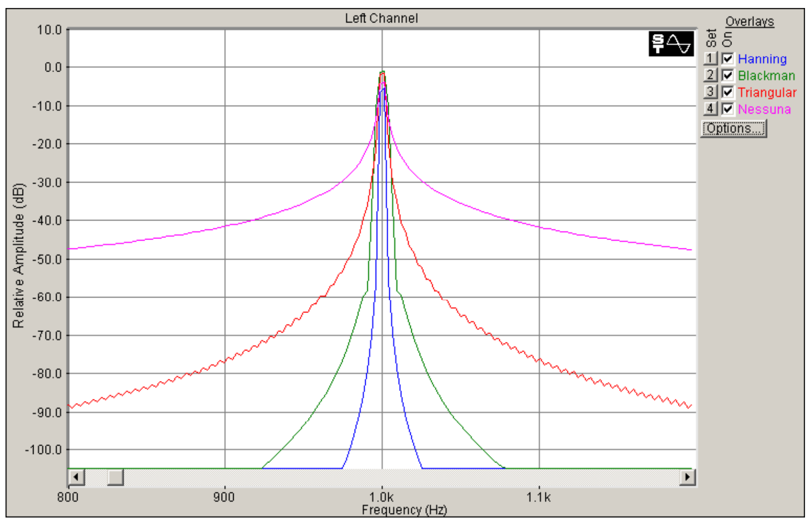
Medie temporali e finestrature

Esistono diversi tipi di "finestrature", con leggi matematiche diverse ed adatte a diverse tipologie di segnale. La più utilizzata è la finestra HANNING che limita il LEAKAGE per una **sinusoide**.

Es. Sinusoide a 1000 Hz



Chiaramente la finestratura toglie energia al segnale misurato che deve essere opportunamente compensata

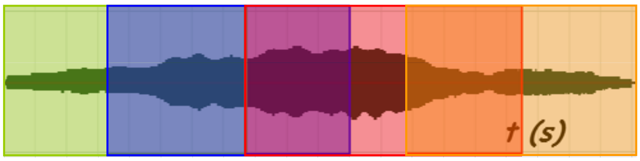


Analisi FFT

Overlapping

Al fine di incrementare il numero di possibili medie è possibile mediare gli spettri traslati di una percentuale della dimensione del pacchetto stesso.

Tale procedura è denominata Overlapping (espressa in %) ed è molto utile per minimizzare gli errori dovuti a sorgenti estranee transienti, alla qualità del sistema di acquisizione, ecc…



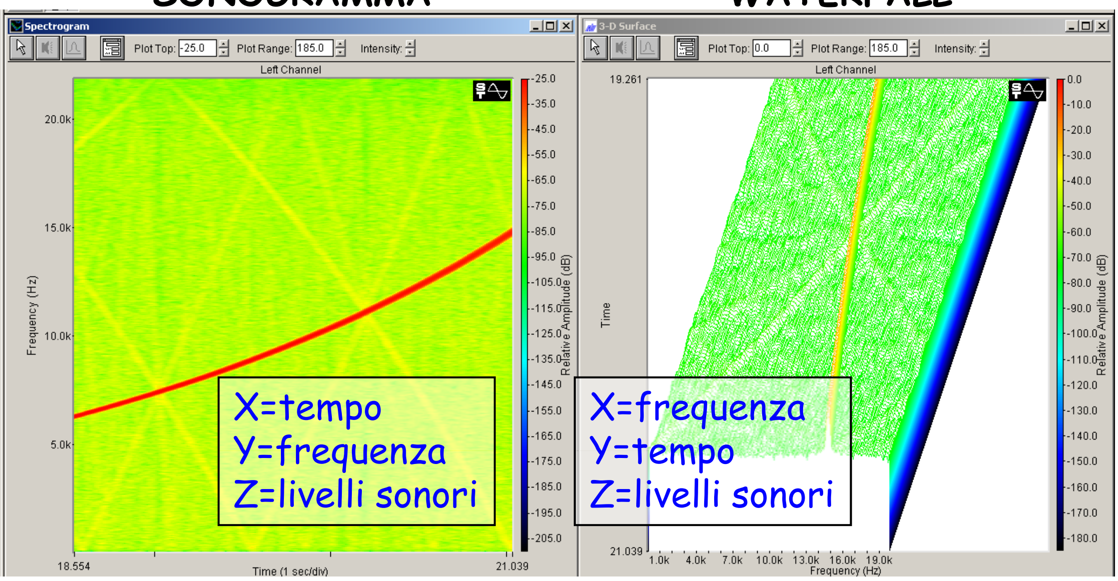
Effettuo 4 medie anziché 2

Analisi FFT

Waterfall e Sonogramma

Dall'analisi successiva di "pacchetti" di N campioni, si ottengono dei MULTISPETTRI del segnale (analisi FFT real time)

SONOGRAMMA **WATERFALL**



Su tali MULTISPETTRI si possono fare poi operazioni di post-elaborazione, ad esempio di media energetica (Leq).