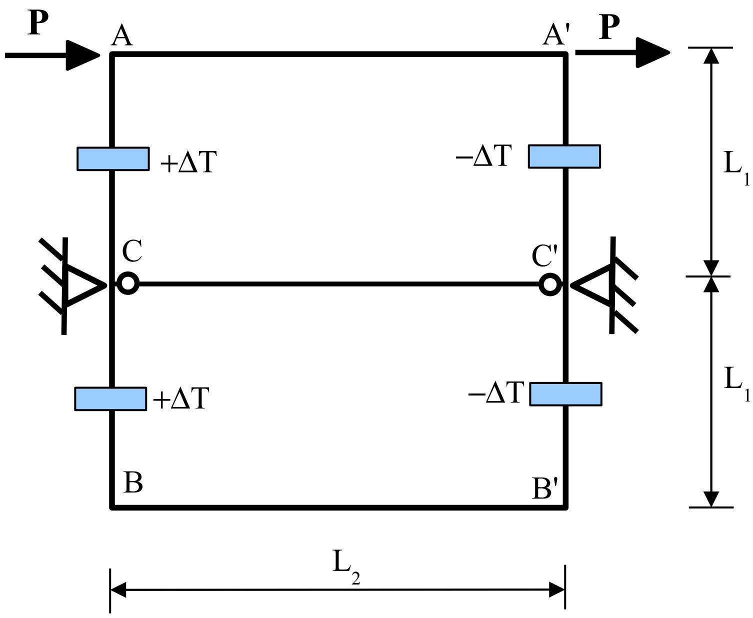
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
UNIVERSITÀ DI FERRARA
PROVA SCRITTA DI STATICA
10/2/2015

A



$L_1 = 2$ m, $L_2 = 4$ m, $P = 50$ kN

$\sigma_{AMM} = 240$ MPa, $E = 210$ GPa

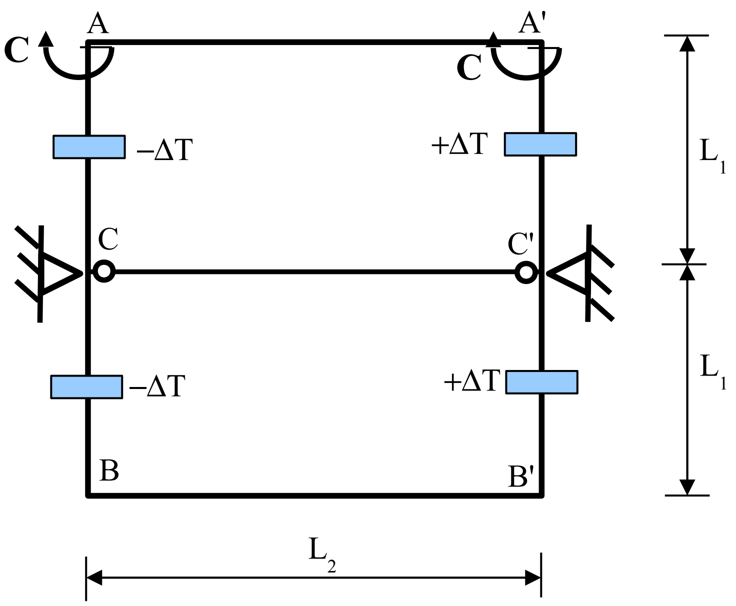
$\Delta T = 10°C$, $\alpha = 10^{-5}$ °C^{-1}

La travatura in figura deve essere realizzata con profilati IPE.

- Disegnare i diagrammi quotati delle caratteristiche della sollecitazione in presenza del solo carico P.
- Dimensionare la travatura.
- Calcolare lo spostamento orizzontale del punto A.
- Disegnare nuovamente i diagrammi quotati considerando, in aggiunta al carico P, anche un riscaldamento di 10°C del tratto AB e un raffreddamento di 10°C del tratto A'B'.

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
UNIVERSITÀ DI FERRARA
PROVA SCRITTA DI STATICA
10/2/2015

B

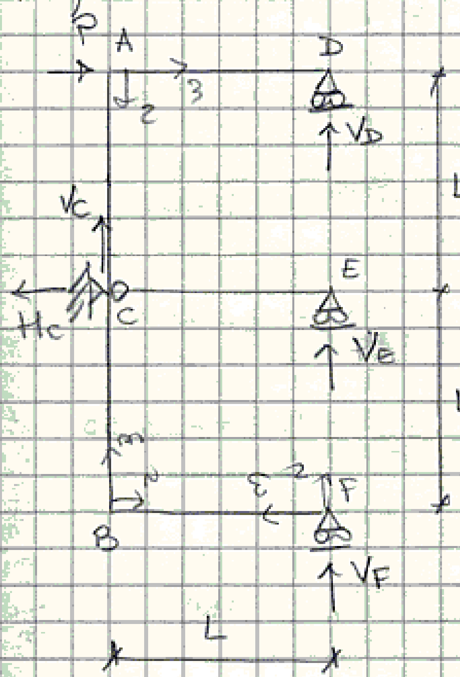


$$L_1 = 2\ \text{m},\ L_2 = 4\ \text{m},\ C = 80\ \text{kNm}$$
$$\sigma_{AMM} = 240\ \text{MPa},\ E = 210\ \text{GPa}$$
$$\Delta T = 10°\text{C},\quad \alpha = 10^{-5}\ °\text{C}^{-1}$$

La travatura in figura deve essere realizzata con profilati IPE.

- Disegnare i diagrammi quotati delle caratteristiche della sollecitazione in presenza del solo carico C.
- Dimensionare la travatura.
- Calcolare lo spostamento orizzontale del punto A'.
- Disegnare nuovamente i diagrammi quotati considerando, in aggiunta al carico C, anche un raffreddamento di 10°C del tratto AB e un riscaldamento di 10°C del tratto A'B'.

A1)



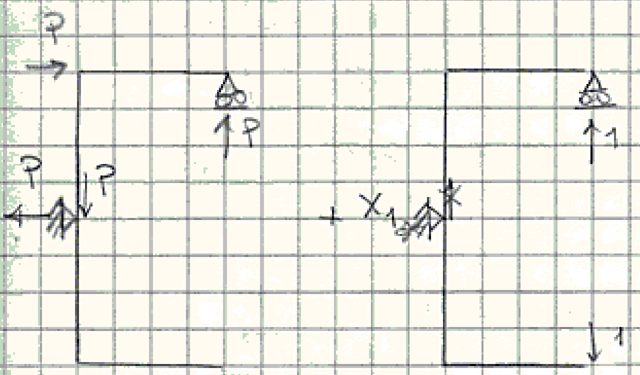
La struttura è simmetrica e caricata in modo antisimmetrico. Se ne considera metà per ragioni di simmetria.

$$\begin{cases} (\rightarrow) & H_C = P \\ (C\uparrow)_{CE} & V_E \cdot L = 0 \\ (\uparrow) & V_C + V_D + V_F = 0 \\ (C\uparrow) & (V_D + V_F)\cancel{L} = P\cancel{L} \end{cases}$$

$$\begin{cases} H_C = P \\ V_E = 0 \\ V_C = -P \\ V_D + V_F = P \end{cases}$$

La travatura è una volta iperstatica.

$X_1 = V_F$.

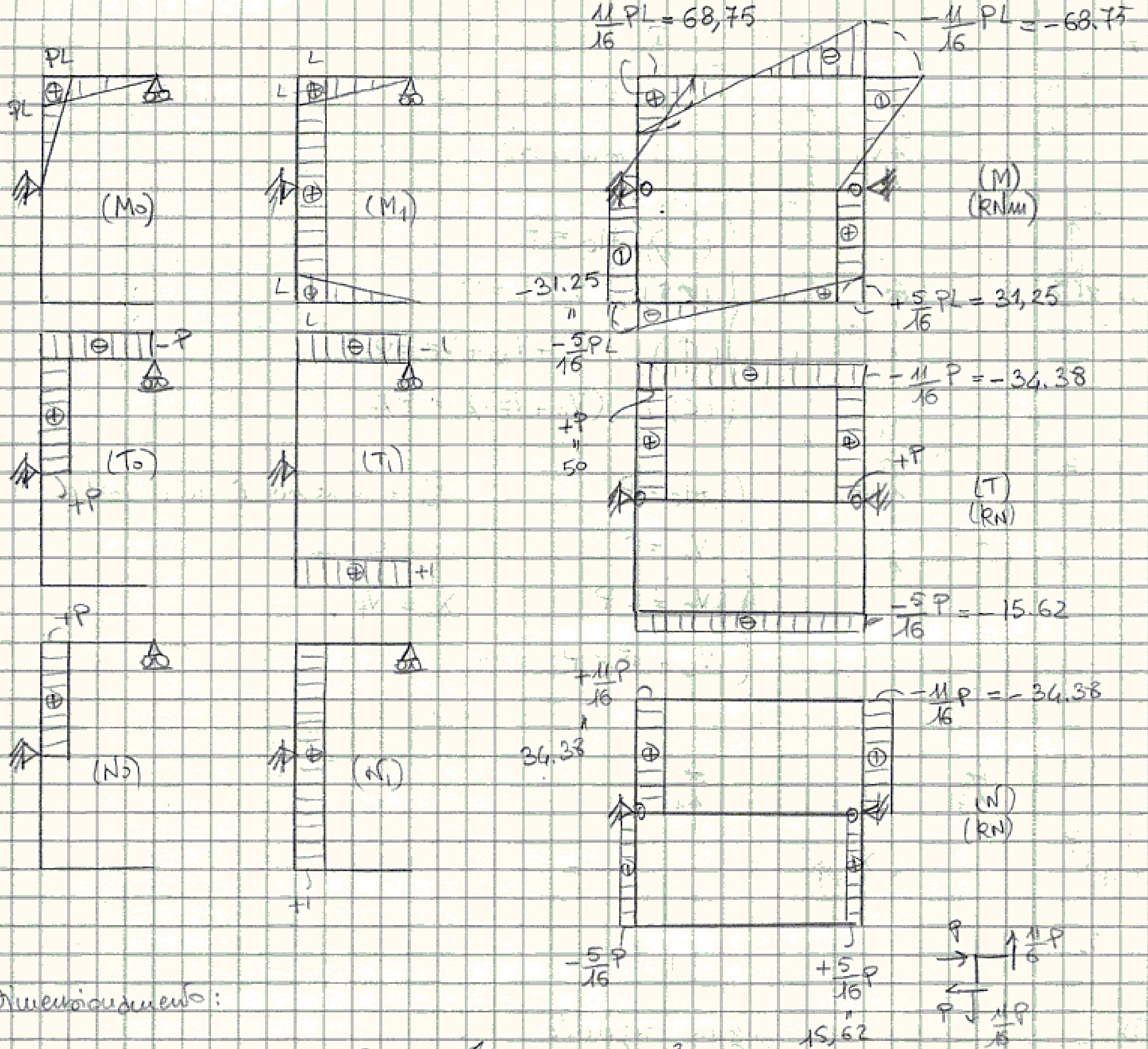


Diagrammi posti alla pagina seguente

$$EJ_1\eta_{10} = \frac{1}{3} L\,L\,PL + L\frac{1}{2}PL\,L = \frac{5}{6}PL^3$$

$$EJ_1\eta_{11} = \frac{2}{3}L^3 + 2L^3 = \frac{8}{3}L^3$$

$$X_1 = -\frac{5}{\cancel{6}_2}\frac{\cancel{3}}{8}P = -\frac{5}{16}P = -15{,}62\ kN$$

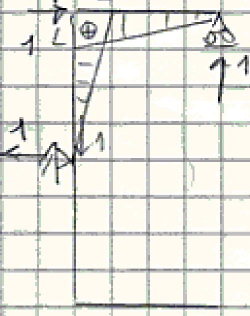


Dimensionamento:

$$W_1 \geq \frac{11 PL}{16\,\sigma_{amm}} = \frac{11\cdot 5\cancel{0}\cdot 10^3\cdot \cancel{2}\cdot \cancel{10^6}}{\cancel{16}_{8}\cdot 24\cancel{0}\cdot \cancel{10^6}}\,cm^3 = \frac{55\cdot 10^3}{8\cdot 24}\,cm^3 = 286,5\ cm^3$$

IPE 240
$$\begin{cases} W_1 = 324,3\ cm^3 \\ I_1 = 3892\ cm^4 \\ A = 39,12\ cm^2 \end{cases}$$

Spostamento orizzontale:



$$1\cdot\delta_A = \frac{1}{EI_1}\left[\frac{1}{3}LL\left(\frac{11}{16}PL\right) + \int_0^L (x_3)\left(-\frac{5}{16}PL + Px_3\right)dx_3\right]$$

$$= \frac{PL^3}{EI_1}\left[\frac{11}{48} + \frac{17}{96}\right] = \frac{13}{32}\,\frac{PL^3}{EI_1}$$

$$= \frac{13\cdot 50\cdot 10^3\cdot 8\cdot \cancel{10^6}}{32\cdot 21\cancel{0}\cdot \cancel{10^3}\cdot 3892\cdot \cancel{10^{-8}}}\,cm = 1,98\ cm$$

Carico termico:

$$\eta_{1t} + \eta_{10} + \eta_{11} X_1 = 0$$

$$\frac{I}{L^2} \; \frac{L^4}{L^2}$$

$$\eta_{1t} = \int_{AB} N_1 \alpha \Delta T \, dx_3 = 2L \alpha \Delta T$$

$$X_1^t = -\frac{5}{16} PL - \frac{\cancel{6}^{3} \cancel{L} \alpha \Delta T E I_1}{_4\cancel{8} L^{\cancel{3} 2}} = -\frac{5}{16} PL - \frac{3 \alpha \Delta T E I_1}{4 L^2}$$

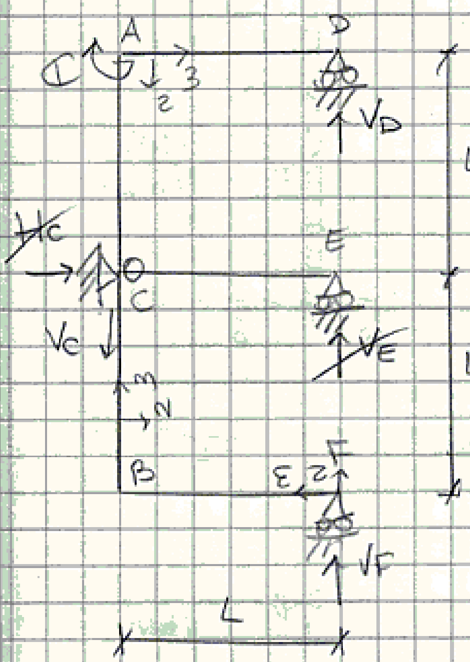
$$= \left(-15{,}62 - \frac{3 \cdot 10^{-5} \cdot \cancel{10} \cdot \cancel{210} \cdot \cancel{10}^{9} \cdot 3892 \cdot \cancel{10}^{-8} \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 4} \right) kN$$

$$= (-15{,}62 - 0{,}15) = -15{,}77 \; kN$$

Il momento massimo risulta ora $PL + X_1^t L = 68{,}46$ kNm, che non differisce sostanzialmente da quello calcolato al punto 1

B1)

Struttura simmetrica caricata in modo antisimmetrico.



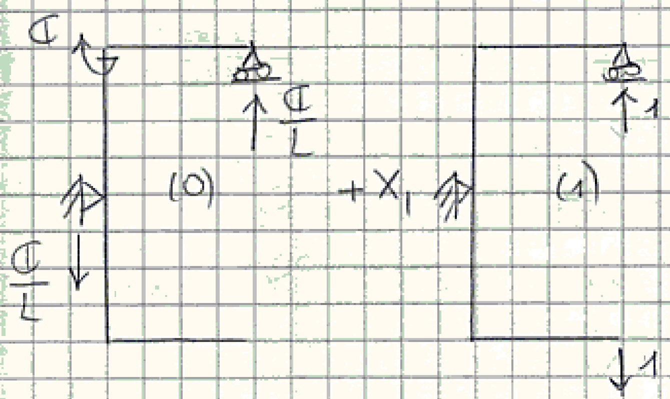
$$\begin{cases} (\rightarrow)\ H_C = 0 \\ (C\circlearrowleft)_{CE}\ \ V_E L = 0 \\ (\uparrow)\ V_D + V_F - V_C = 0 \\ (C\circlearrowleft)\ (V_D + V_F) L = \mathcal{C} \end{cases}$$

$\rightarrow V_C = \mathcal{C}/L$

$$\begin{cases} H_C = 0 \\ V_E = 0 \\ V_C = \mathcal{C}/L \\ V_D + V_F = \mathcal{C}/L \end{cases}$$

Travatura 1 volta iperstatica

$X_1 = V_F$

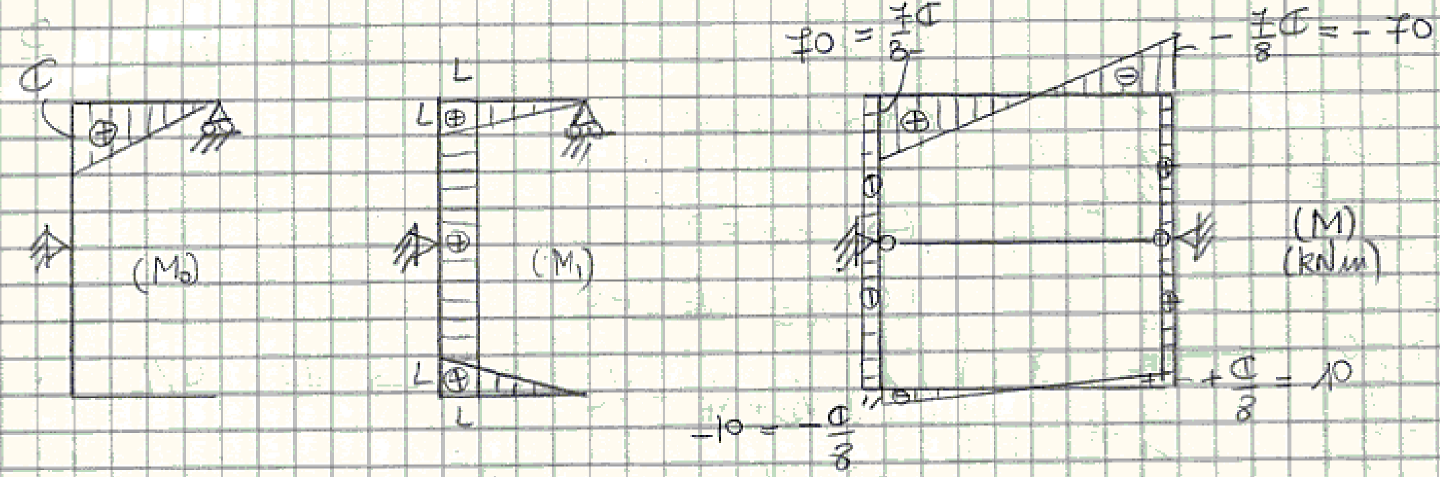


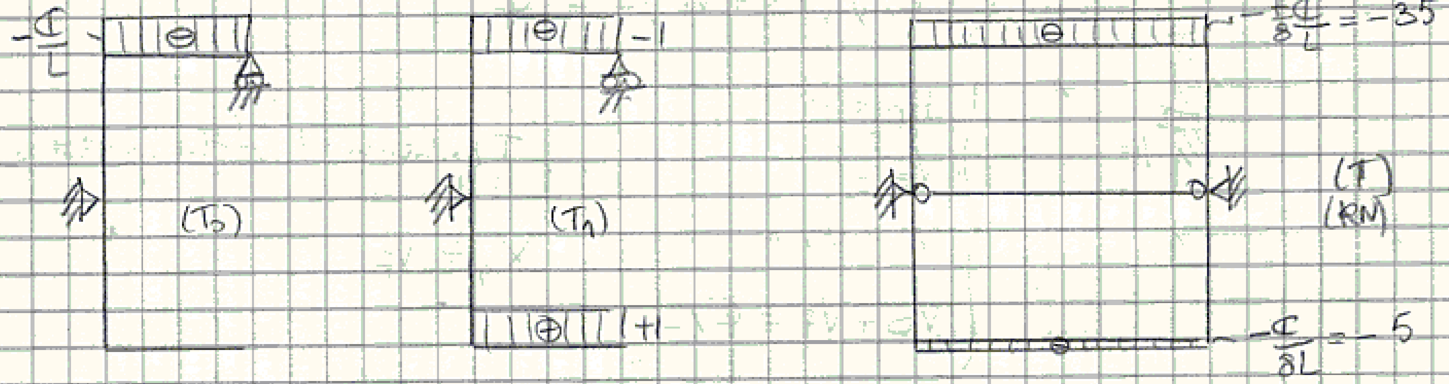
Diagrammi parziali alla pagina seguente

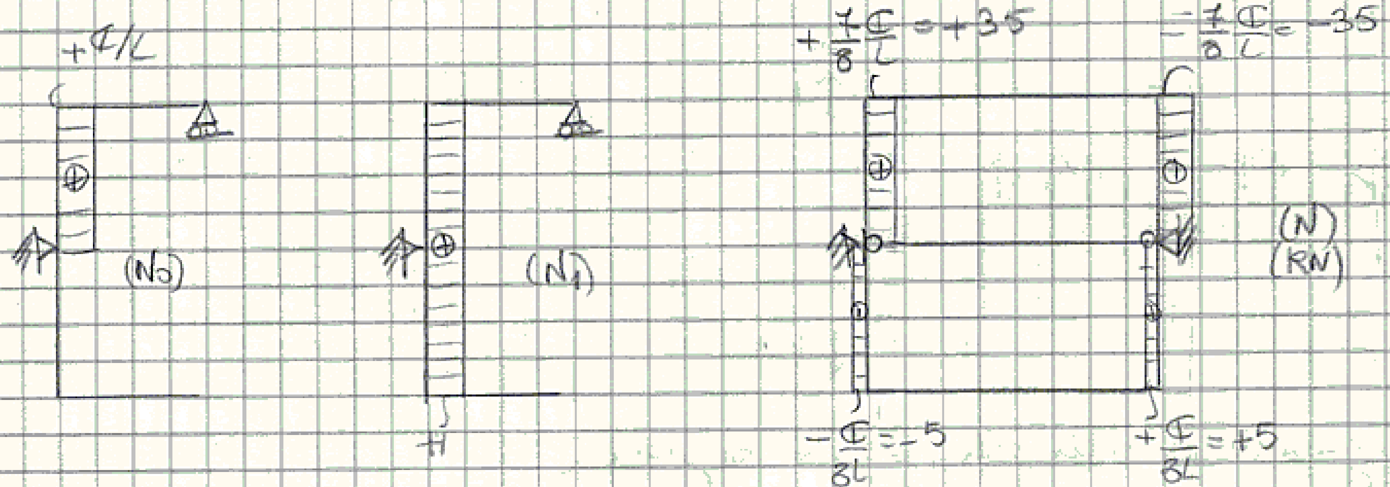
$$EI_1 \eta_{10} = \frac{1}{3} L L \mathcal{C} = \frac{\mathcal{C} L^2}{3}$$

$$EI_1 \eta_{11} = \frac{2}{3} L^3 + 2L^3 = \frac{8}{3} L^3$$

$$X_1 = -\frac{\mathcal{C}}{\cancel{3}} \cancel{L^2} \frac{\cancel{3}}{8L^{\cancel{3}}} = -\frac{\mathcal{C}}{8L} = -\frac{80}{8 \cdot 2}\,\text{kN} = -5\ \text{kN}$$





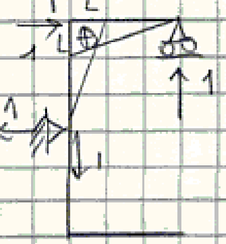


Dimensionamento:

$$W_1 \geq \frac{7C}{8\sigma_{amm}} = \frac{7\cdot \cancel{80}\cdot 10^3\cdot 10^6}{\cancel{8}\cdot 24\cancel{0}\cdot \cancel{10^6}} = 291.7\ cm^3$$

IPE 240
$$\begin{cases} W_1 = 324,3\ cm^3 \\ I_1 = 3892\ cm^4 \\ A = 39,12\ cm^2 \end{cases}$$

Spostamento orizzontale



$$1\cdot\delta_A = \frac{1}{EI_1}\left\{\frac{1}{3}LL\frac{7}{8}C - \frac{C}{8}\frac{1}{2}L^2\right\} = \frac{CL^2}{8EI_1}\left(\frac{7}{3}-\frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{11}{48}\frac{CL^2}{EI_1} = \frac{11\cdot 8\cancel{0}\cdot 10^3\cdot 4\cdot 10^2}{48\cdot 21\cancel{0}\cdot \cancel{10^6}\cdot 3892\cdot \cancel{10^{-8}}} = 0,9\ cm$$

Carico termico:

$$\eta_{1t} + \eta_{10} + \eta_{11} X_1^t = 0$$

$$\eta_{1t} = \int_{AB} N_1 (-\alpha \Delta T)\, dx_3 = -2L\alpha\Delta T$$

$$X_1^t = -\frac{C}{8L} + \frac{\overset{3}{\cancel{6}}\,\cancel{L}\,\alpha \Delta T E I_1}{{}_4\cancel{8}\,L^{\cancel{3}\,2}} = \left(-5 + \frac{3\cdot 10^{-5}\cdot 1\cancel{0}\cdot 21\cancel{0}\cdot 1\cancel{0}^{8}\cdot 3892\cdot \cancel{10}^{-8}\cdot \cancel{10}^{-3}}{4}\right) kN$$

$$= (-5 + 0{,}61)\, kN = -4{,}38\ kN$$

Il momento massimo ora risulta:

$$C + X_1^t L = 80 - 4{,}38\cdot 2 = 71{,}24\ kN\,m.$$

I diagrammi di M, T, N non differiscono in modo sostanziale da quelli calcolati al punto 1.