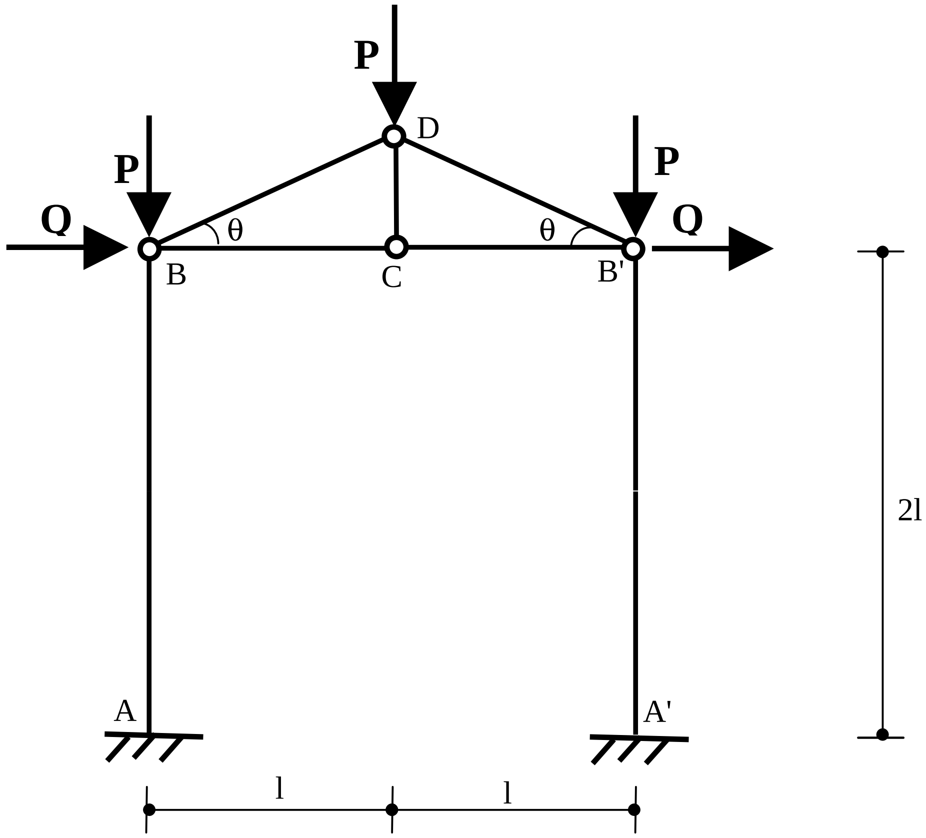
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FERRARA
PROVA SCRITTA DI STATICA
FERRARA, 10/03/2010

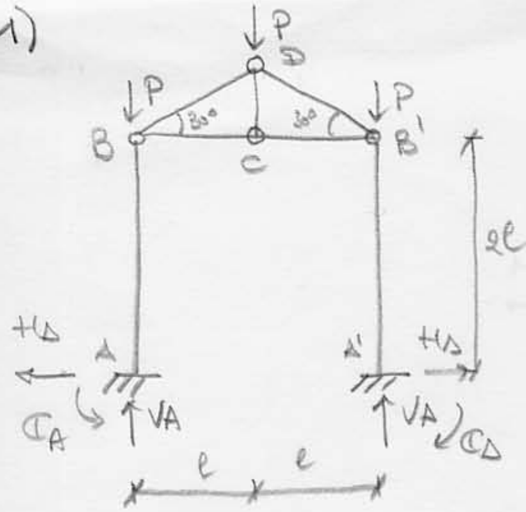


$l = 1$ m, $\theta = \pi/6$, P = 20 kN, Q =10 kN
E = 200 GPa, σ_{amm} = 160 MPa
$\alpha = 10^{-5}$ °C^{-1}, ΔT = 10 °C

La travatura iperstatica di figura è realizzata con profilati IPE .

1. Utilizzando il metodo delle forze risolvere la travatura in presenza dei soli carichi verticali P e disegnare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione (N, T, M).
2. Dimensionare la struttura.
3. Calcolare lo spostamento orizzontale del nodo B in presenza dei soli carichi orizzontali Q. (Sugg. Questo quesito richiede, preliminarmente al calcolo dello spostamento, di calcolare (N, T, M) in presenza dei soli carichi orizzontali Q. Per calcolare (N, T, M) non è necessario risolvere nuovamente la travatura, è sufficiente utilizzare la proprietà di antisimmetria del carico orizzontale).
4. Risolvere nuovamente la travatura considerando anche un riscaldamento uniforme delle bielle BC e B'C pari a ΔT = +10°C e disegnare i diagrammi delle caratteristiche della sollecitazione (N, T, M) comprensivi sia di P che di ΔT.

1)



Eq.ni cardinali:

$(\rightarrow)\quad H_A - H_A = 0$

$(\uparrow)\quad 2V_A = 3P \rightarrow V_A = \frac{3}{2}P$

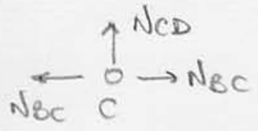
$(C\curvearrowleft)\quad V_A l - V_A l + Pl - Pl + C_A - C_A = 0$

<u>Esternamente</u> la travatura è <u>2 volte staticamente indeterminata</u>.

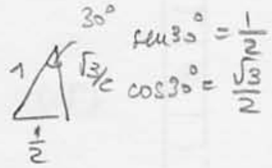
<u>Internamente</u> la travatura è <u>1 volta labile</u>. <u>Complessivamente</u> la travatura è <u>1 volta iperstatica</u>. Eq.ne ausiliaria:

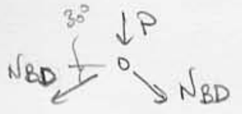
$(B\curvearrowleft)_{AB}\quad H_A 2l = C_A$

Studio della reticolare BCB'D con il metodo dell'equilibrio di nodi:



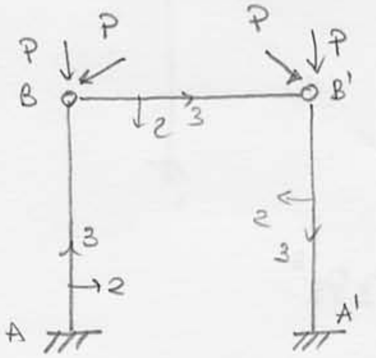
$$\begin{cases} (\uparrow) & N_{CD} = 0 \quad (\text{asta CD scarica}) \\ (\rightarrow) & N_{BC} - N_{BC} = 0 \end{cases}$$





$$\begin{cases} (\uparrow) & \cancel{2} N_{BD} \frac{1}{\cancel{2}} = -P \\ (\rightarrow) & N_{BD}\frac{\sqrt{3}}{2} - N_{BD}\frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \end{cases}$$

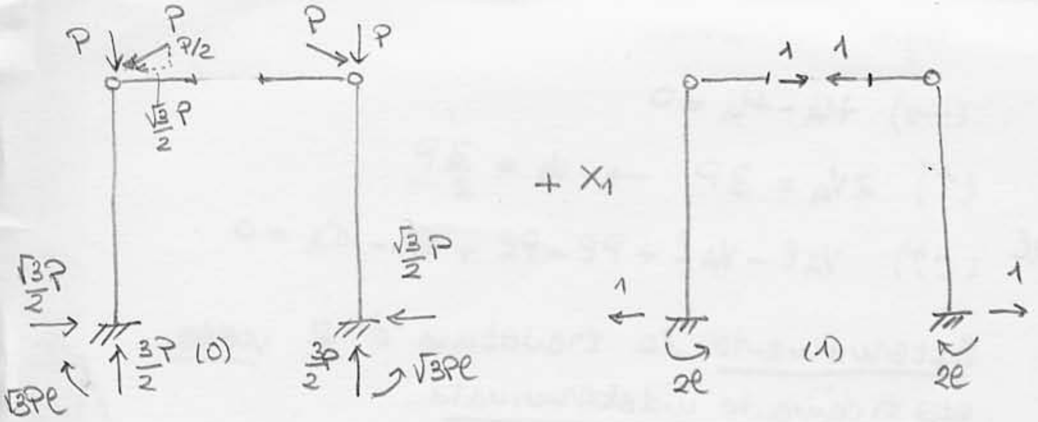
La struttura iniziale è pertanto staticamente equivalente alla seguente travatura:

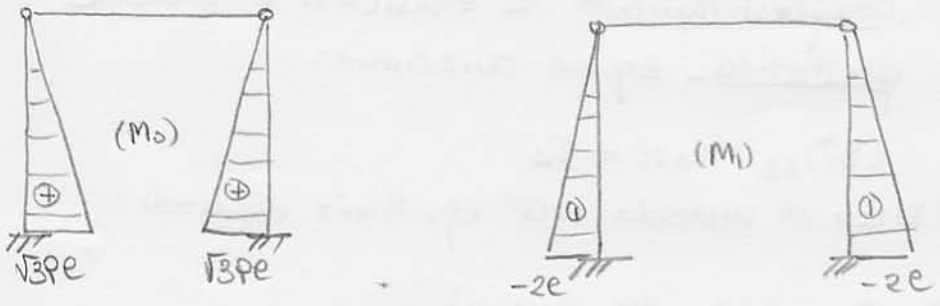


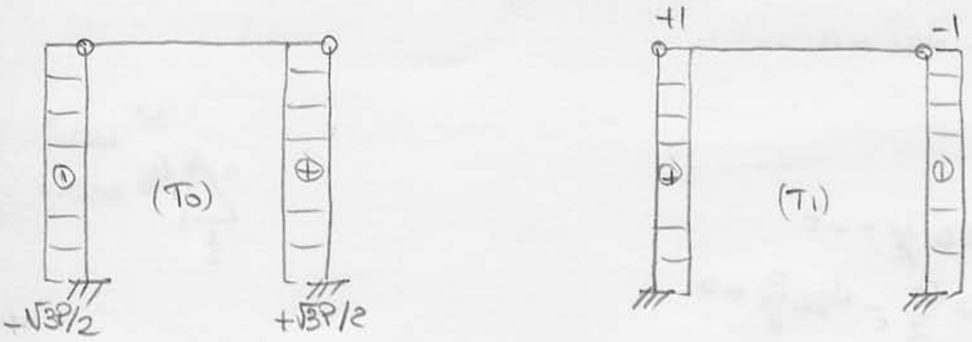
che è 1 volta staticamente indeterminata. Incognita iperstatica: $X_1 = N_{BB'}$.

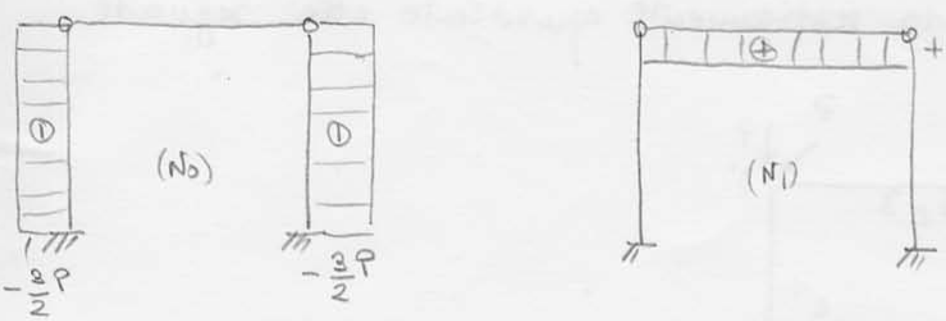
Eq.ne di Müller-Breslau:

$$\eta_{10} + \eta_{11} X_1 = 0 \qquad (\Delta w_{BB'} = 0)$$









$$EI_1 \eta_{10} = 2 \cdot \frac{1}{3} 2\ell \left(\sqrt{3}P\ell\right)(-2\ell) = -\frac{8}{3}\sqrt{3}P\ell^3$$

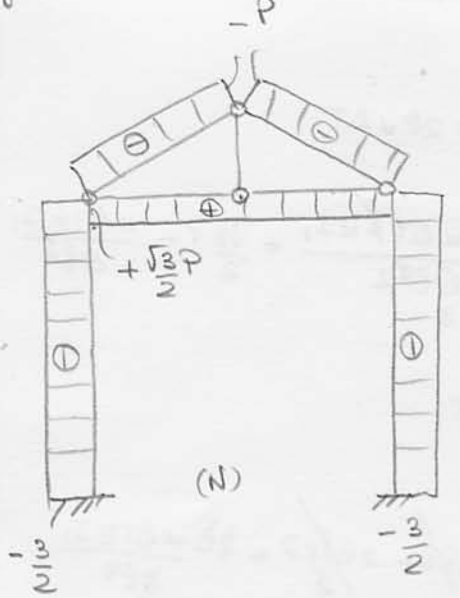
$$EI_1 \eta_{11} = 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 2\ell \, (-2\ell)^2 = \frac{16}{3}\ell^3$$

$$X_1 = -\frac{\eta_{10}}{\eta_{11}} = +\frac{\cancel{8}}{\cancel{3}}\sqrt{3}P\cancel{\ell^3}\frac{\cancel{3}}{{}_2\cancel{16}\cancel{\ell^3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}P$$

Diagrammi delle c.s. nella struttura iperstatica iniziale: $M=0$

$T=0$

solo sforzo normale



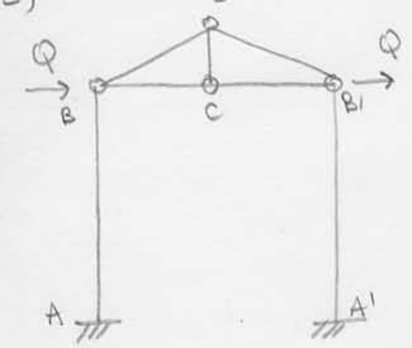
2) Dimensionamento:

$$\sigma = \frac{\frac{3}{2}P}{A} \le \sigma_{AMM} \Rightarrow A \ge \frac{3P}{2\sigma_{AMM}} = \frac{\cancel{6}\,3 \cdot 10^{\cancel{3}}}{2 \cdot 160 \cdot \cancel{10^6}} = \frac{3}{16}\, 10^{-3}\, m^2 = \frac{30}{16}\, cm^2 \simeq 2 \quad cm^2$$

IPE 80 $\quad A = 7{,}64\ cm^2$

$I_1 = 80{,}14\ cm^4$

3)

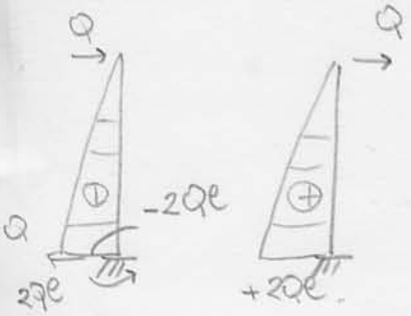


Studio della reticolare:

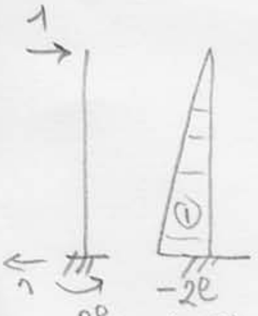
N_{CD}, N_{BC}, N_{BC}, C: $\begin{cases} (\uparrow)\ N_{CD} = 0 \\ (\rightarrow)\ N_{BC} = 0 \end{cases}$ (antisimmetria)

N_{BD}, D, N_{BD}: $(\rightarrow)\ 2N_{BD}\frac{\sqrt{3}}{2} = 0$ (antisimmetria)

Pertanto la struttura è staticamente equivalente a due mensole (AB e A'B') caricate alle estremità (vedi figura a sinistra).

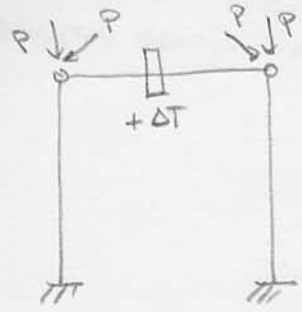


$$1 \cdot v_B = \frac{1}{3EI_1}(-2Ql)(-2l)\,2l = \frac{8}{3}\frac{Ql^3}{EI_1}$$



(sistema ausiliario)

4) Carico termico.



$$M_{1t} + M_{10} + M_{11} X_1 = 0$$

$$M_{1t} = \int_B^{B'} N_1 \alpha\Delta T = 2l \cdot 1 \cdot \alpha\Delta T = 2l\alpha\Delta T$$

$$X_1 = -\frac{M_{10}}{M_{11}} - \frac{M_{1t}}{M_{11}} = \frac{\sqrt{3}}{2}P - \frac{\cancel{2}\alpha\Delta T \cancel{l} EJ_1}{\underset{8}{\cancel{16}}\, l^{\cancel{3}2}} = \frac{\sqrt{3}}{2}P - \frac{\alpha\Delta T EJ_1}{8l^2}$$

Diagrammi delle c.s. complessive sia di P che di ΔT:

$$M_A = \sqrt{3}P\cancel{l} - 2l\frac{\cancel{\sqrt{3}}}{\cancel{2}}P + \cancel{2l}\,\frac{\alpha\Delta T EJ_1}{\underset{4}{8l^{\cancel{2}}}}$$

$$\overset{!}{=} \frac{EJ_1\alpha\Delta T}{4l}$$