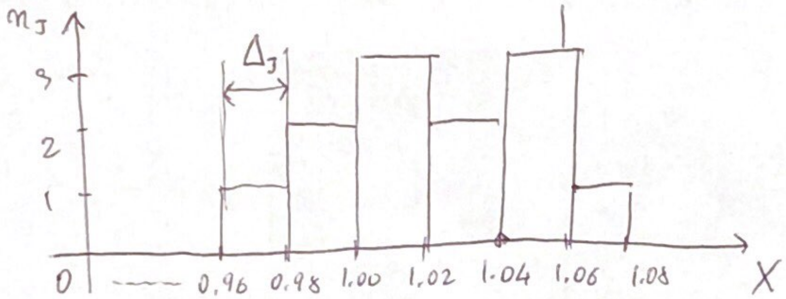
Variabili aleatorie continue

$X =$ per. di oscil. di un pendolo

$$X \to \left.\begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{matrix}\right\} \text{ campione di } X$$

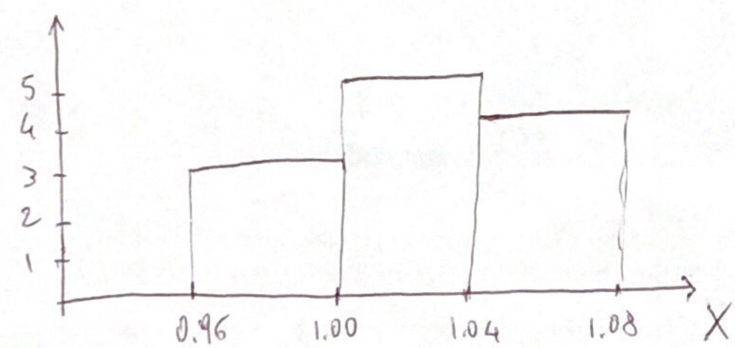
Posso dividere l'insieme di tutti i risultati possibili ($\mathbb{R}^+$) in intervalli, p.es. di ampiezza pari a 0.02 s, e contare le freq. in tali intervalli

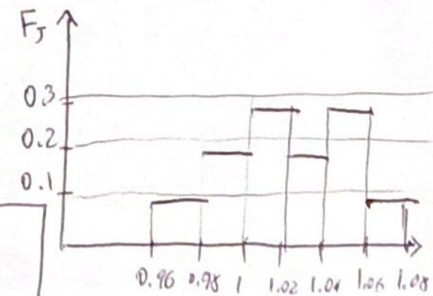


$n = 12$

istogramma delle frequenze

È chiaro che è una suddiv. artificiale



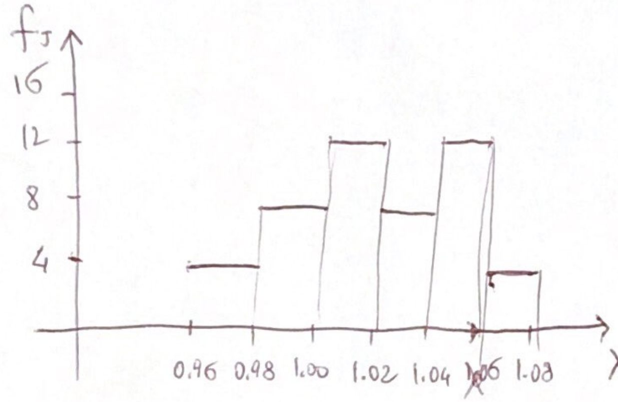


$$\sum_{J=1}^{m} n_J = n$$

$$F_J = \text{freq. relative} = \frac{n_J}{n} \qquad \boxed{\sum_J F_J = 1}$$

Essendo le freq. dipendenti dall'amp. dell'intervallo è utile def. la densità di freq. relative

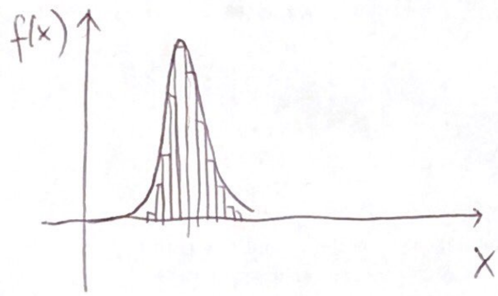
$$f_J = \frac{F_J}{\Delta_J}$$



Distribuzione limite

Per una v.a. continua, nel limite $n \to \infty$, la distrib. delle dens. di freq. relative tende ad una curva continua $f(x)$ detta distrib. limite. Ciò è possibile in quanto

- posso scegliere degli intervalli $\Delta_J \to 0$
- l'eff. delle flut. di attenua



- $1 = \sum_J F_J = \sum_J f_J \Delta_J \xrightarrow[n\to\infty]{} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx$
- $\bar{x} = \sum_J x_J F_J = \sum_J x_J f_J \Delta_J \xrightarrow[n\to\infty]{} \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x)\,dx = E\{X\} = \mu$
- $\sigma_x^2 = \sum_J (x_J - \bar{x})^2 F_J = \sum_J (x_J - \bar{x})^2 f_J \Delta_J \xrightarrow[n\to\infty]{} \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x)\,dx = $
  $= Var\{X\} = \sigma^2$

Oss

$\bar{x}$ = media camp. (è soggetta alle flut.)

$\mu = E\{X\}$ = media di X (non è sog. alle flut.)

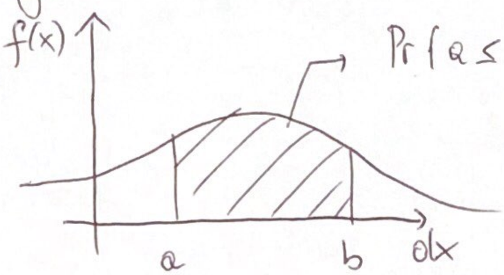
σ_x^2 = var. camp. (è sog. alle flut.)

$\sigma^2 = Var\{X\}$ = varianza di X (")

Probabilità per una v.a. continua

$$\sum_{J:\, x_J \in [a,b]} F_J = \sum_{J:\, x_J \in [a,b]} f_J \Delta x_J \xrightarrow[n \to \infty]{} \boxed{\int_a^b f(x)\, dx = \Pr\{a \le X \le b\}}$$

geometricam.



Ovviamente se $a = -\infty$, $b = +\infty$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\, dx = 1 = \Pr\{-\infty < X < +\infty\}$$

che è l'evento certo e ritrov. la condiz. di normaliz.

Oss

Il significato della densità di probabilità della distrib. limite $f(x)$ è evidente

$$f(x)\, dx = dp = \Pr\{x \le X \le x + dx\}$$

$$\Rightarrow \quad f(x) = \frac{dp}{dx} = \text{prob. per unità d'intervallo}$$

La v.a. di Gauß

X = v.a. = somma di tante v.a. indipendenti

Esiste un teorema, detto del limite centrale (1922), che dimostra che X è sempre una v.a. gaussiana.

Es

- le altezze delle persone
- le grandezze fisiche